

2021-2022学年秋季学期

## 第五部分-A 寄存器和时序逻辑设计

授课团队：宋威

助 教：薛子涵

## ○数字电路

### ○组合逻辑电路

Combinational Logic

在任意时刻，电路的输出仅决定于该时刻的输入，与电路原来的状态无关。

### ○时序逻辑电路

Sequential Logic

电路的输出不仅受该时刻输入的影响，还受电路原来状态的影响（包含内部存储）。

**寄存器是数字电路使用的最多的存储电路。**

# 半导体存储电路

数字电路需要在电路中保存电路的状态、中间结果、配置信息甚至任何代码与数据。这就需要存储电路。

## ○ 半导体存储电路

### ○ 寄存器 (register)

- 锁存器 (latch) , 寄存器 (register)
- 高速电路, 无读写限制, 用于时序逻辑电路的设计
- 门电路的基本单元

### ○ 静态随机存储器 (SRAM: static random access memory)

- 缓存, 片上内存
- 高速电路, 面积小, 单一时刻只能读写一个数据, 用于在片上存储大量数据

### ○ 动态随机存储器 (DRAM: dynamic random access memory)

- 片内内存, 片外内存
- 速度较低, 面积很小, 读写带宽大, 地址受限

### ○ 非易失存储器 (non-volatile memory)

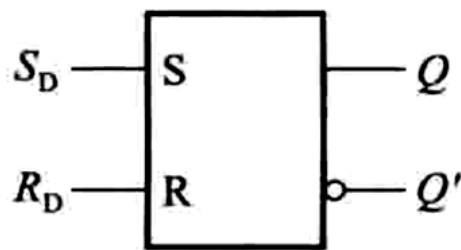
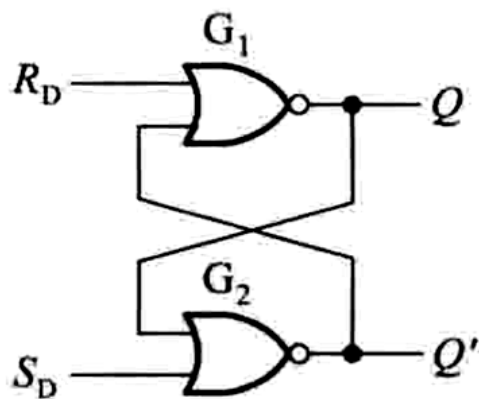
- 掉电不丢失内容的存储器
- 片上只读内存 (ROM) , 片外可编程ROM (Flash)

## 在逻辑电路中保存过程变量的常用电路

- **锁存器**：在特定输入下才能保持状态的状态保持电路
- **触发器**：使用触发信号触发锁存的状态保持电路
- **寄存器**：使用沿触发信号的触发器

寄存器是现在同步时序电路主要使用的状态保存电路。

# SR锁存器—或非门



$S$	$R$	$Q^*$	$Q'^*$
0	0	$Q$	$Q'$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

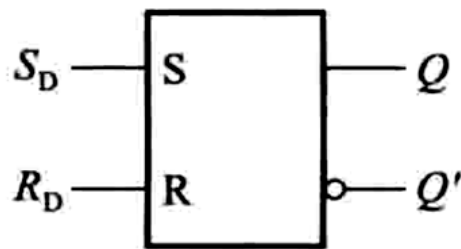
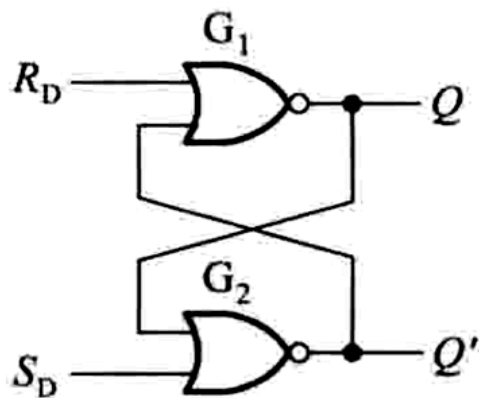
锁存状态

复位状态

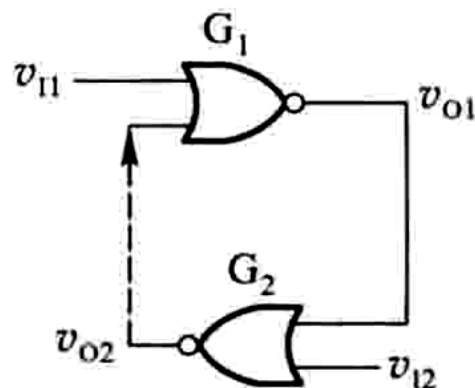
置位状态

非法状态

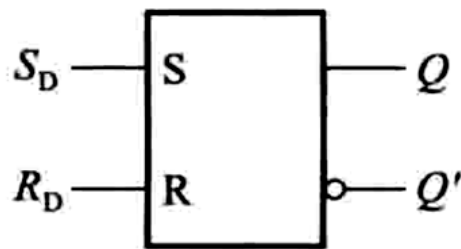
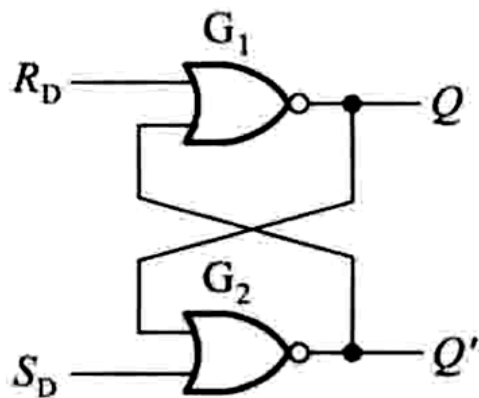
# SR锁存器—锁存状态



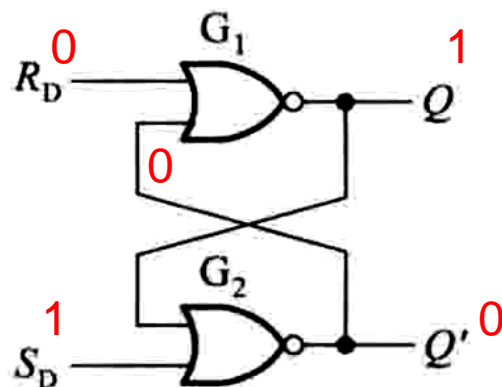
当R和S同时为0时，电路形成一个闭环，电路输出保持之前的状态。



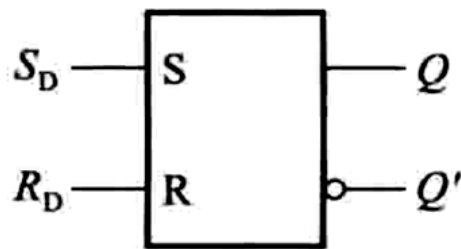
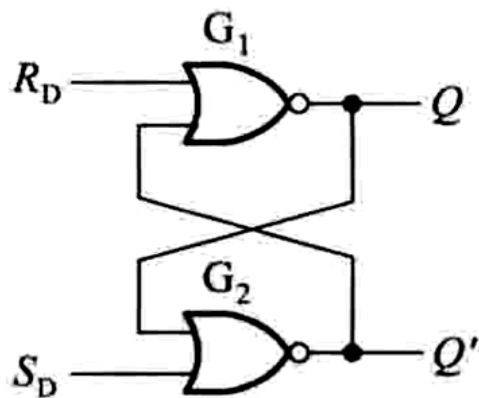
# SR锁存器—置位状态 S:set



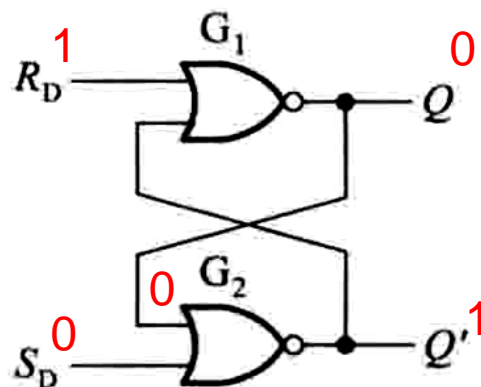
当 $S=1, R=0$ 时,  $Q'$ 被 $S$ 强制为0,  $Q'$ 和 $R$ 都为0, 导致 $Q$ 为1。



# SR锁存器—复位状态 R:reset

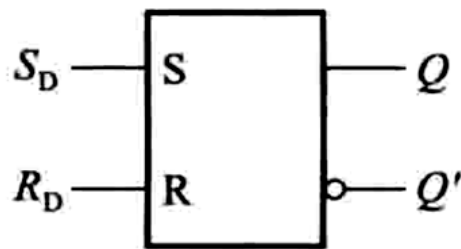
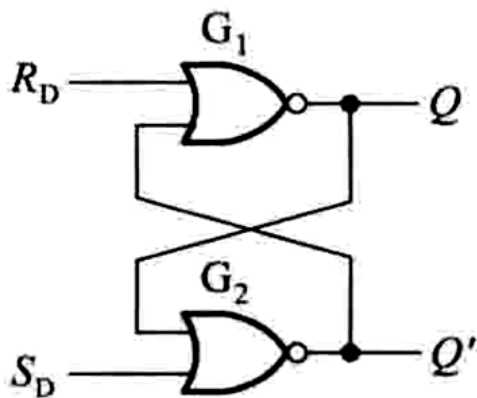


当 $S=0$ ,  $R=1$ 时,  $Q$ 被 $R$ 强制为0,  $Q$ 和 $S$ 都为0, 导致 $Q'$ 为1。

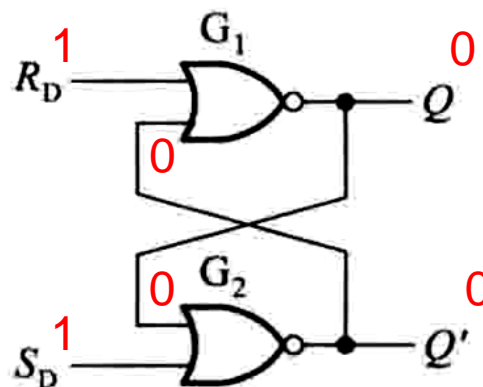




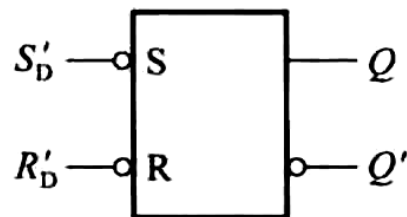
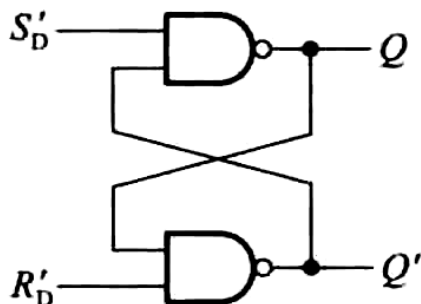
# SR锁存器—非法状态



当 $S=1, R=1$ 时， $Q$ 被 $R$ 强制为0， $Q'$ 被 $S$ 强制为0。如果 $R$ 和 $S$ 同时变为0，锁存器的输出不可知，出现不定态（亚稳定状态）。



# SR锁存器—与非门



$S'$	$R'$	$Q^*$	$Q'^*$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	$Q$	$Q'$

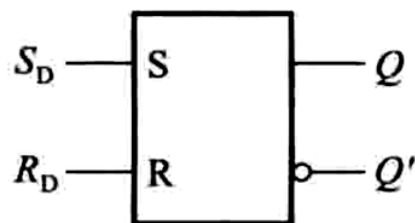
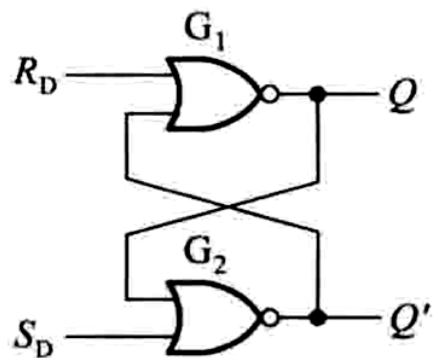
非法状态

置位状态

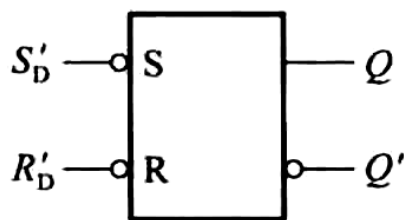
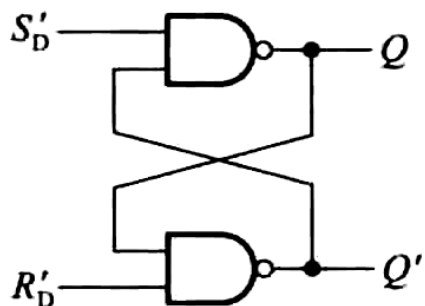
复位状态

锁存状态

# 两种SR锁存器

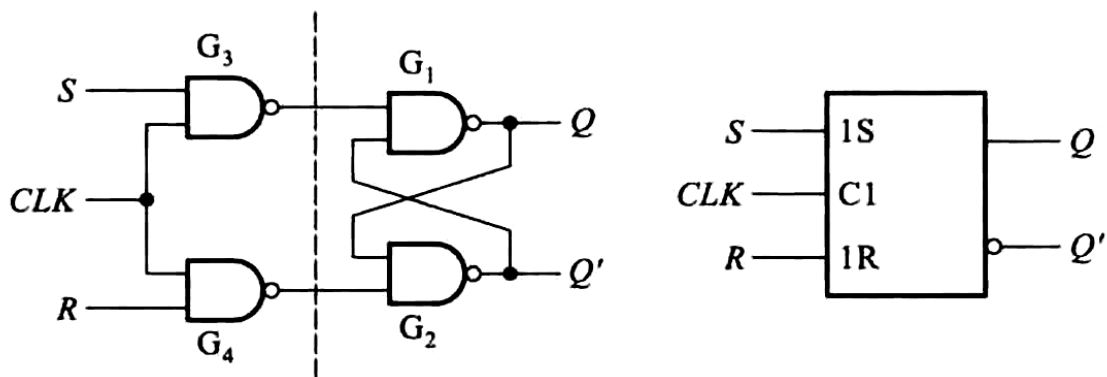


$S$	$R$	$Q^*$	$Q'^*$
0	0	$Q$	$Q'$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0



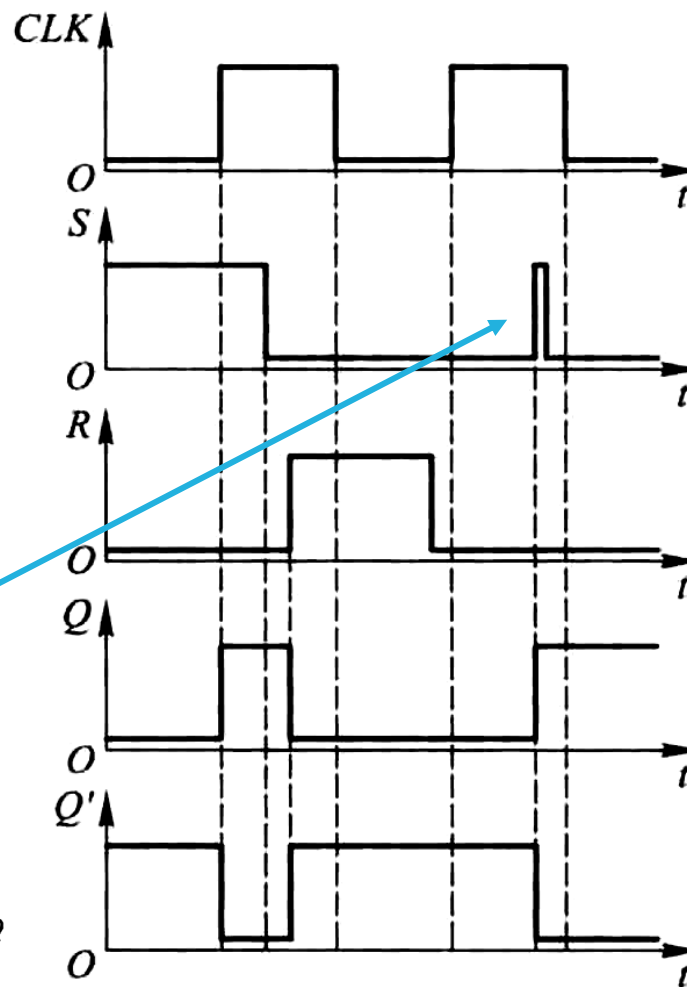
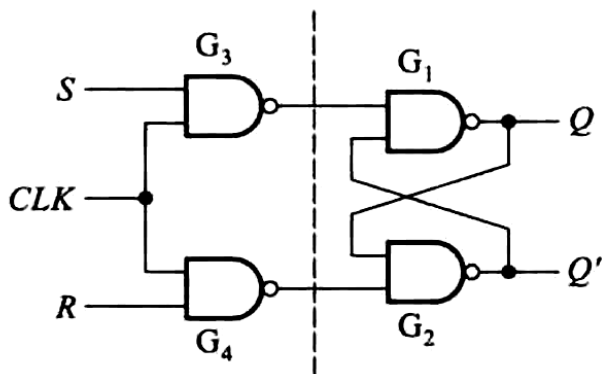
$S'$	$R'$	$Q^*$	$Q'^*$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	$Q$	$Q'$

# SR触发器

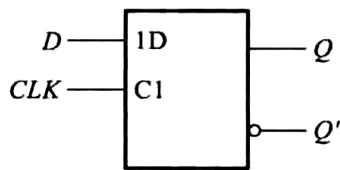
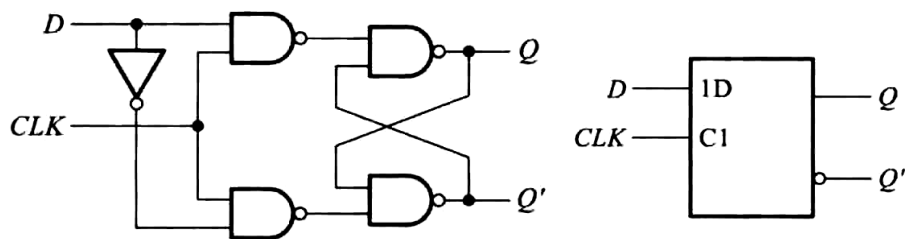


CLK	S	R	$Q^*$	$Q'^*$	
0	x	x	Q	Q'	锁存状态
1	0	0	Q	Q'	
1	0	1	0	1	复位状态
1	1	0	1	0	置位状态
1	1	1	0	0	非法状态

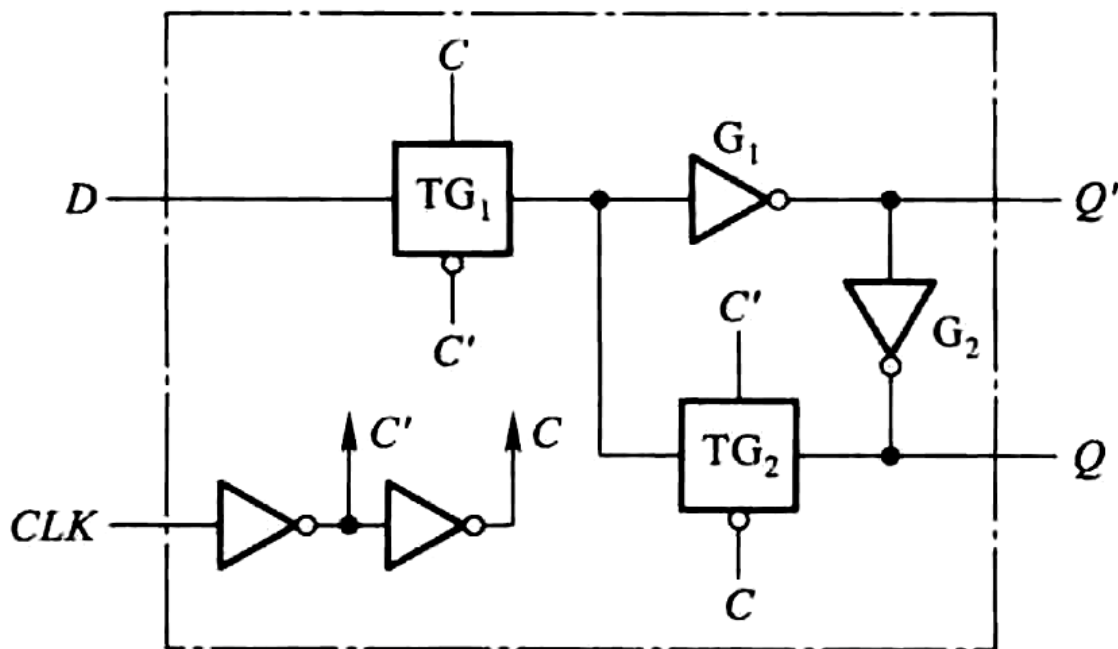
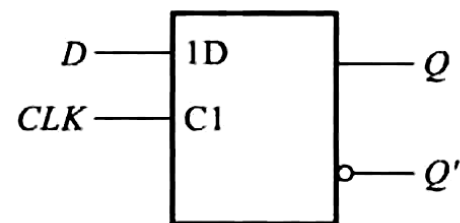
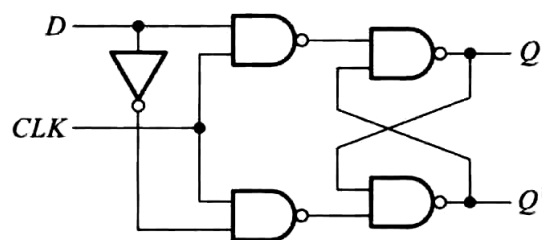
# SR触发器的使用



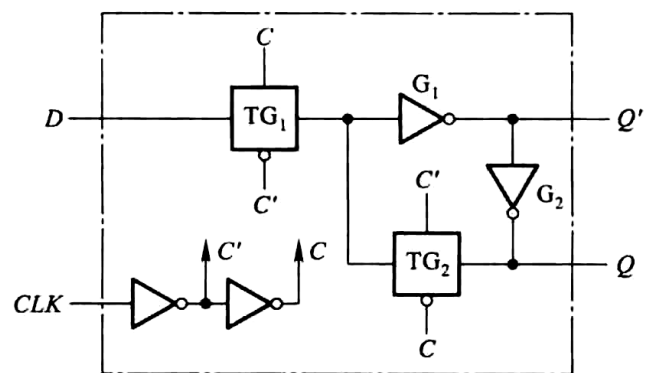
- 在CLK=0的时候保持状态
- 在CLK=1的时候，接受输入
- 但是可能被毛刺触发



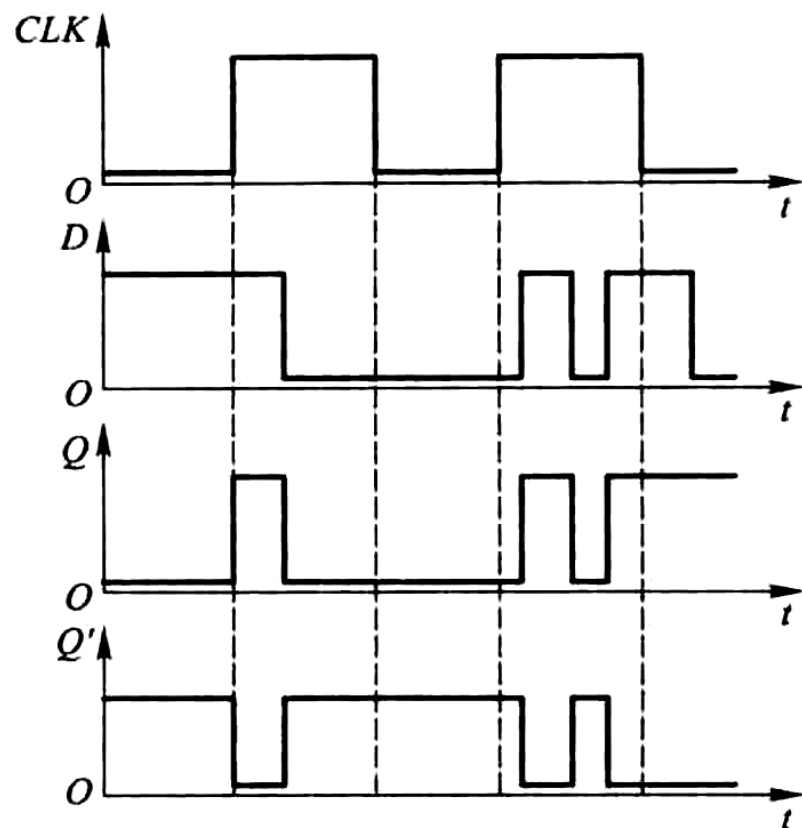
# D触发器的传输门实现



# D触发器的使用



- 在CLK=0的时候保持状态
- 在CLK=1的时候，接受输入

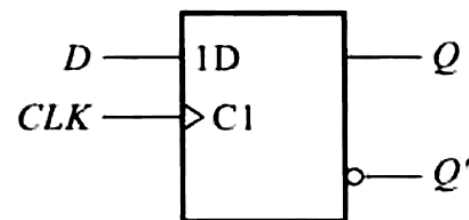
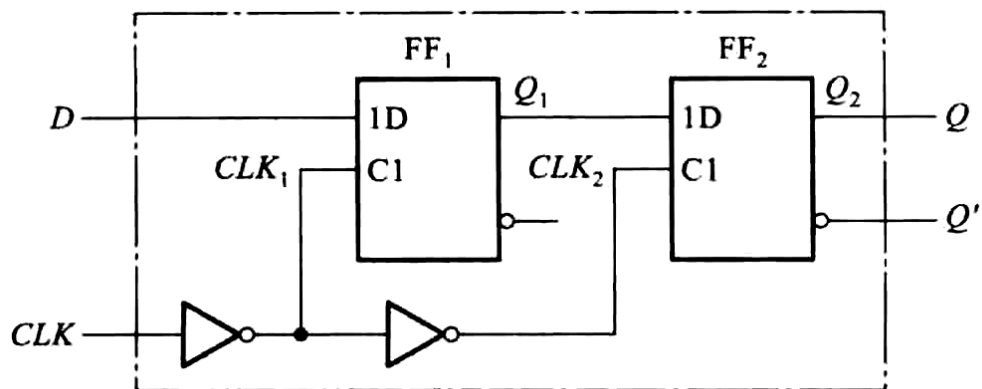


# 电平触发的触发器总结

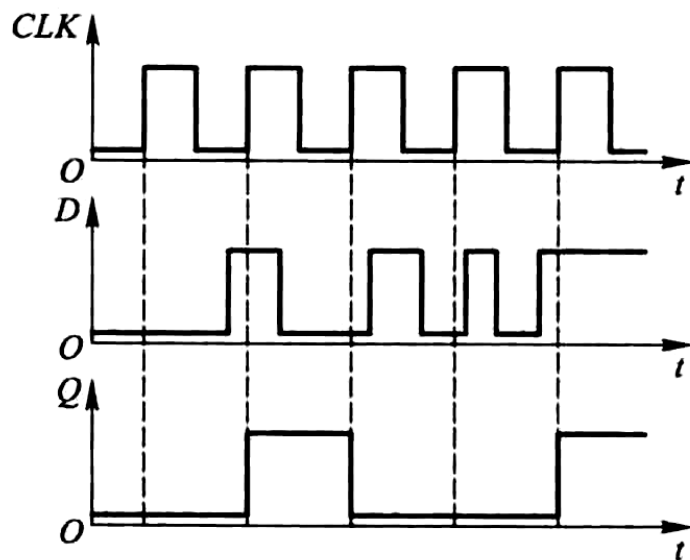
- 触发器：
  - 有触发信号的状态保存器
  - 触发信号一般为时钟信号 (clock, CLK)
- 电平触发：
  - 当触发信号有效时 (一般为高电平), 输出受输入控制
  - 当触发信号复位时, 输出保留有效时最后的输出状态
- RS锁存器：
  - 基于或非门或与非门的RS锁存器结构
- RS触发器：
  - 带触发端的RS锁存器
- D触发器和T触发器：
  - 利用输入反门迫使  $R = \bar{S}$  的RS触发器
- 利用传输门搭建的D触发器
  - 现在的大规模集成电路多使用该方式实现D触发器



# 沿触发D触发器

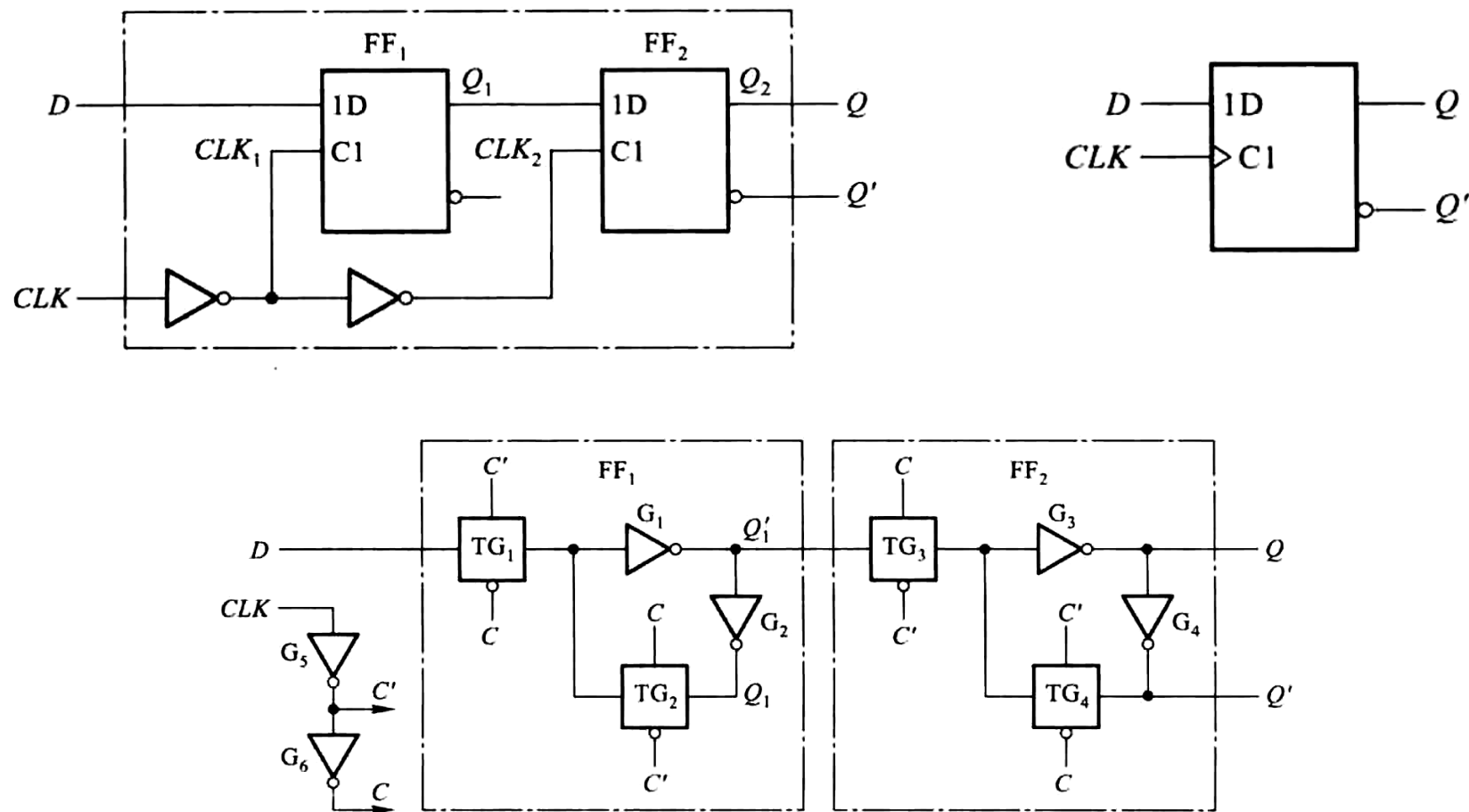


CLK	D	$Q^*$	$Q'^*$
x	x	Q	Q'
$\uparrow$	0	0	1
$\uparrow$	1	1	0



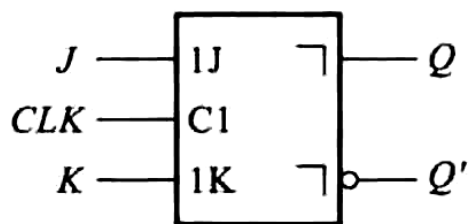
滤去了时钟信号为高电平时的组合逻辑噪声（毛刺）。回想在处理组合逻辑竞争冒险时使用的选通脉冲方法。这也是同步时序逻辑处理组合逻辑竞争冒险的主要方式。

# 沿触发D触发器的实现

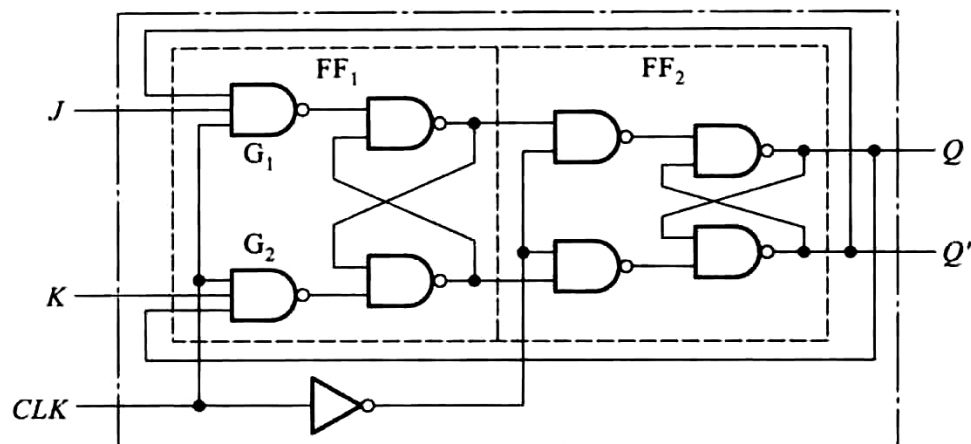


沿触发的D触发器是现代大规模集成电路的常用触发器，也被称为DFF（D flip-flop），其实现方式即为上图所示的传输门实现。

# 脉冲触发JK触发器 (只讲不考)



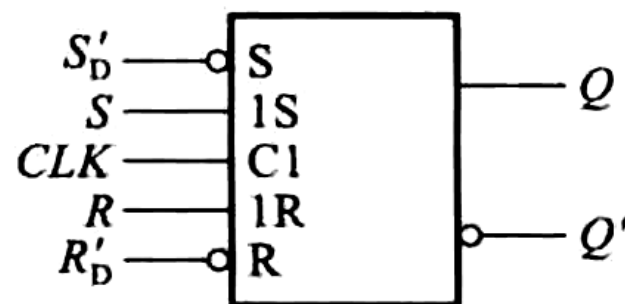
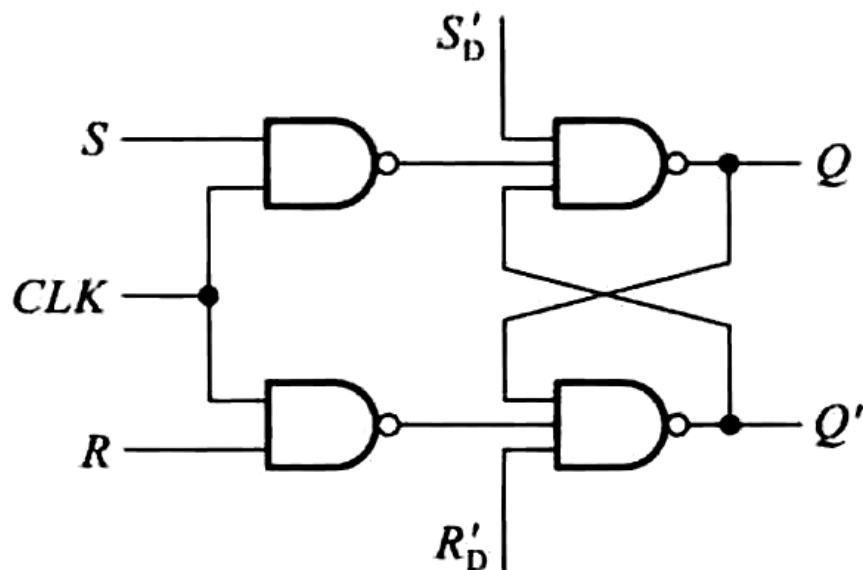
CLK	J	K	$Q^*$	$Q'^*$
X	X	X	Q	Q'
$\downarrow$	0	0	Q	Q'
$\downarrow$	1	0	1	0
$\downarrow$	0	1	0	1
$\downarrow$	1	1	Q'	Q



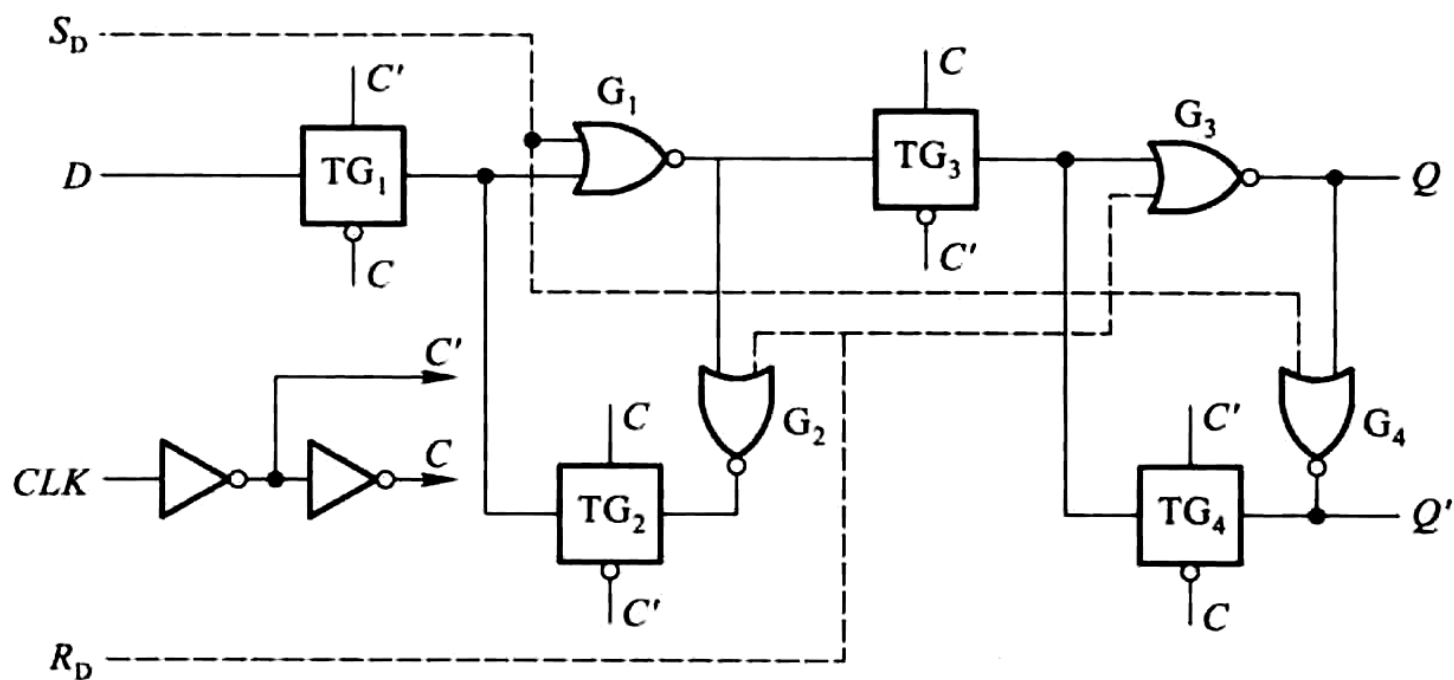
JK触发器将输出反馈到输入端，当J和K输入均为1时，输出端驱动输入，导致输出状态翻转，形成一个T (toggle) 触发器。其他输入时和脉冲触发的SR触发器一致。去除了SR触发器的非法状态。

# 异步复位/置位

- 受时钟控制的信号为同步信号
- 不受时钟控制的信号为异步信号
- 不受时钟控制的行为为异步行为
  
- 异步复位/置位：不受时钟影响，随时复位/置位



# 带异步复位的沿触发D触发器



# 触发器总结

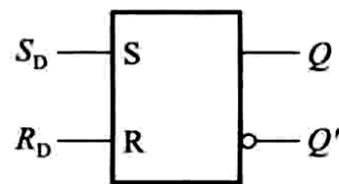
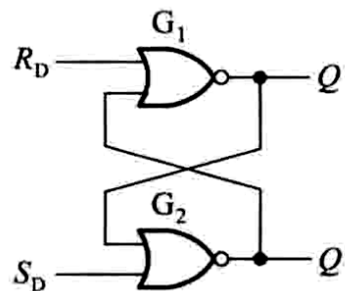
- RS触发器:  $Q^* = S + \bar{R}Q$ 
  - 电平触发, 沿触发, 脉冲触发
- D触发器:  $Q^* = D$ 
  - 迫使  $S = \bar{R}$
  - 电平触发, 沿触发, 脉冲触发
- JK触发器:  $Q^* = J\bar{Q} + \bar{K}Q$ 
  - 当RS触发器处于非法状态时, 将输出反接至输入, 倒置输出翻转
  - 电平触发, 沿触发, 脉冲触发
- T触发器:  $Q^* = T\bar{Q} + \bar{T}Q$ 
  - JK触发器的特殊状态, 输出在每次触发后翻转

# RS锁存器的Verilog HDL表述

## ○RS锁存器

```
reg q, qb;  
always @(r, s, qb, q) begin  
    if(s == 1) qb = 0;  
    else      qb = ~q;  
  
    if(r == 1) q = 0;  
    else      q = ~qb;  
end
```

并列if

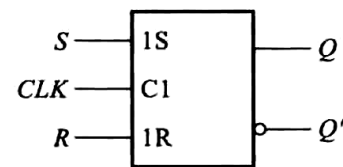
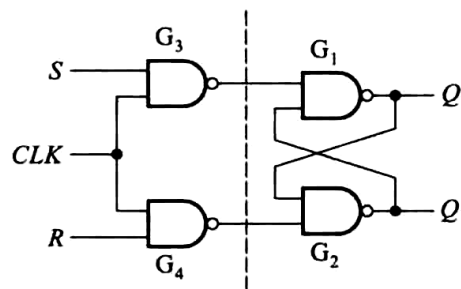


实际电路中RS锁存器并不常见。

# 电平触发的RS触发器的Verilog HDL表述

## ○ 高电平触发的RS触发器

```
reg q, qb;  
always @(clk, r, s, q, qb)  
    if(clk == 1) begin  
        if(s == 1) qb = 0;  
        else      qb = ~q;  
        if(r == 1) q  = 0;  
        else      q  = ~qb;  
    end else begin  
        qb = ~q;  
        q  = ~qb;  
    end
```



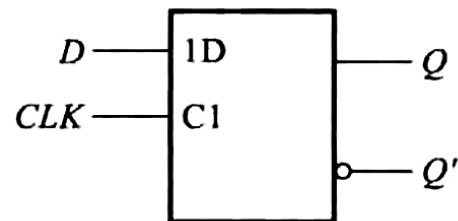
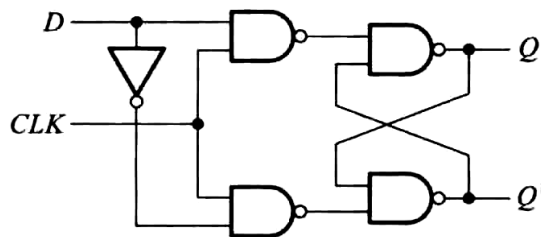
增加了clk信号，只有在clk==1的时候才改变输出状态。



# 电平触发的D触发器的Verilog HDL表述

## ○ 高电平触发的D触发器

```
reg q, qb;  
always @(clk, d) begin  
    if(clk == 1) begin  
        q = d;  
        qb = ~d;  
    end  
end
```



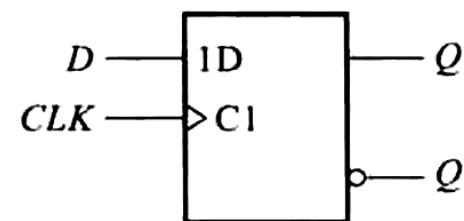
反而D触发器的Verilog描述非常简单。

其实这也是大规模集成电路当中常见的电路，一般我们称其为Latch (锁存器，注意术语区别)。

# 沿触发的D触发器的Verilog HDL表述

## ○ 上升沿触发的D触发器

```
reg q, qb;  
always @(posedge clk) begin  
    q <= d;  
    qb <= ~d;  
end
```



注意这里的posedge和<=赋值，同时clk不出现在if的条件判断里。

大规模集成电路当中最常见的触发器形式，一般我们称其为register（寄存器）或FF (Flip-flop，注意术语区别)。

# 阻塞和非阻塞赋值

## ○阻塞赋值：普通意义上的赋值

$q = d;$   
 $qb = \sim d;$

$q = d;$   
 $qb = \sim q;$

等效



不等效

$qb = \sim q;$   
 $q = d;$

## ○非阻塞赋值：赋值给 $Q^*$

$q <= d;$   
 $qb <= \sim d;$

$q <= d;$   
 $qb <= \sim q;$

不等效



等效

$qb <= \sim q;$   
 $q <= d;$

$Q^* = \bar{Q}$

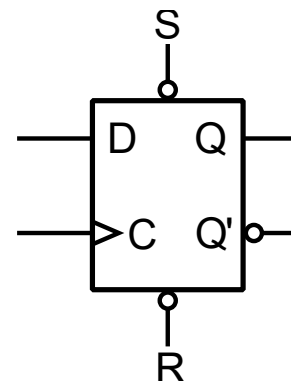
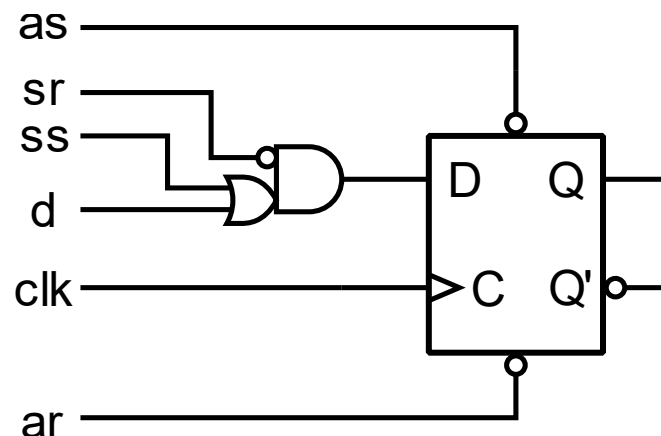
非阻塞赋值只出现在always块中，非阻塞赋值语句与顺序无关，更合乎硬件思维。

# 同步和异步复位/置位

## 带同步异步复位的DFF

```
reg q, qb;  
wire d; // 输入信号  
wire clk; // 时钟  
wire as, ar; // 异步置位/复位  
wire ss, sr; // 同步置位/复位
```

```
always @(posedge clk or negedge as or negedge ar) begin  
    if(~ar)      begin q <= 0; qb <= 1; end  
    else if(~as) begin q <= 1; qb <= 0; end  
    else begin  
        if(sr)      begin q <= 0; qb <= 1; end  
        else if(ss) begin q <= 1; qb <= 0; end  
        else        begin q <= d; qb <= ~d; end  
    end  
end
```



# 沿触发的T触发器

## ○带异步复位的沿触发T触发器

利用沿触发的DFF搭建。

```
reg q, qb;
```

```
always @(posedge clk or negedge rst) begin
```

```
  if(~rst) begin
```

```
    q <= 0;
```

```
    qb <= 1;
```

```
  end else begin
```

```
    if(t) begin // 如果t为高, 翻转输出状态
```

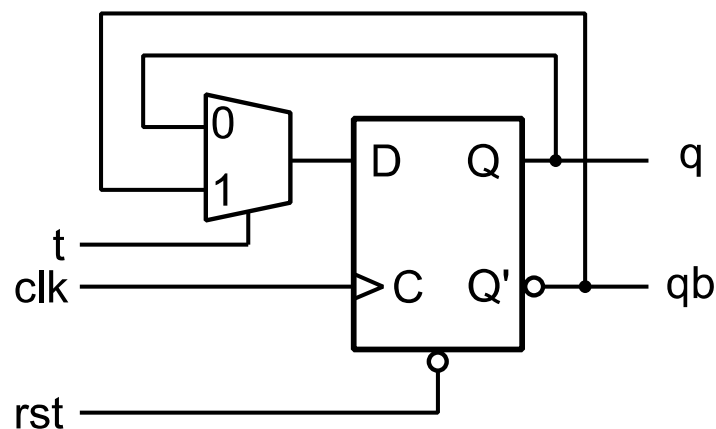
```
      q <= qb;
```

```
      qb <= q;
```

```
    end
```

```
  end
```

```
end
```



# 沿触发的T触发器(似乎更简洁的实现)

## ○带异步复位的沿触发T触发器

利用沿触发的DFF搭建。

```
reg q, qb;
```

```
always @(posedge clk or negedge rst) begin
```

```
  if(~rst) begin
```

```
    q <= 0;
```

```
    qb <= 1;
```

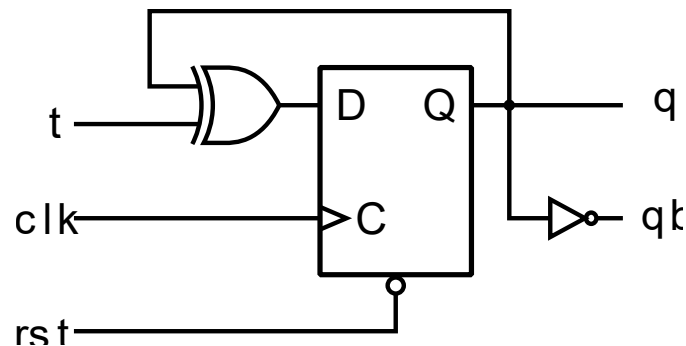
```
  end else begin
```

```
    q = t ^ q;
```

```
    qb = !q;
```

```
  end
```

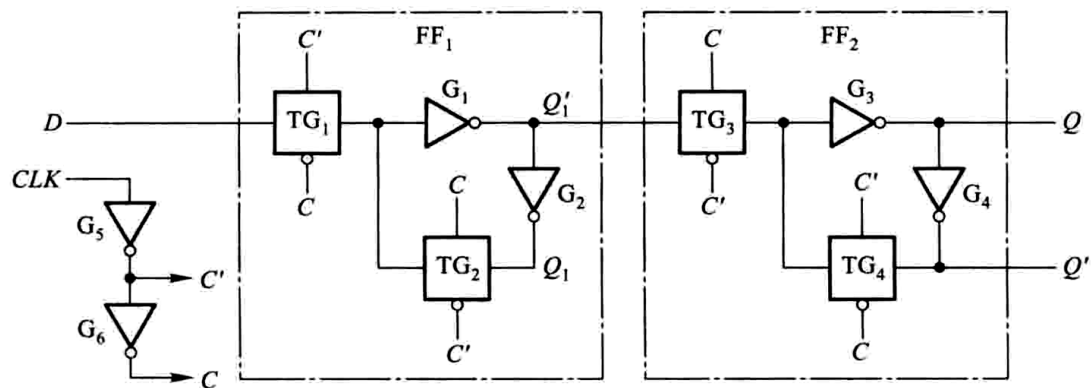
```
end
```



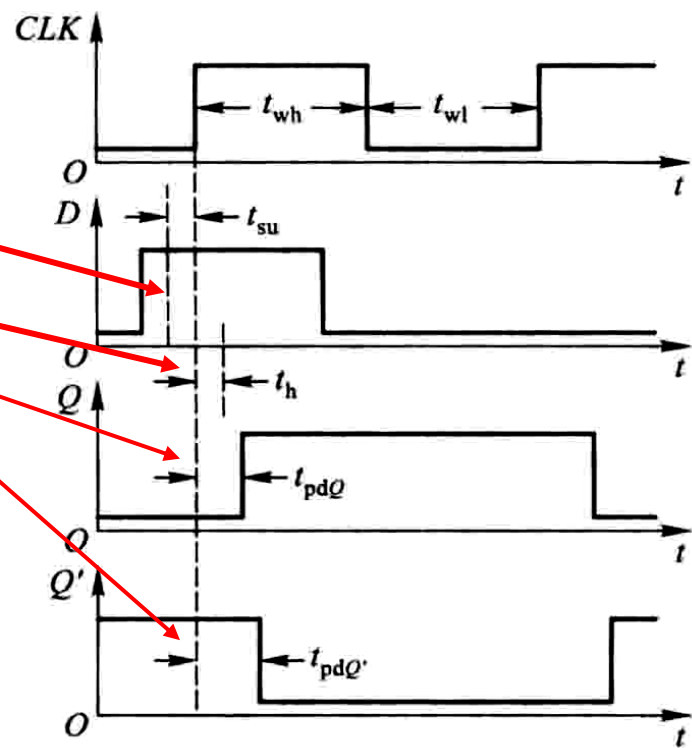
# 触发器Verilog HDL描述总结

- Verilog HDL描述D触发器
  - 电平触发的D触发器 (latch)
  - 沿触发的D触发器(flip-flop)
- 阻塞和非阻塞赋值
- 同步和异步复位/置位
- 用DFF构造T触发器
- Verilog的新语法：  
<=, posedge, negedge or

# 沿触发的D触发器(DFF)的动态特性



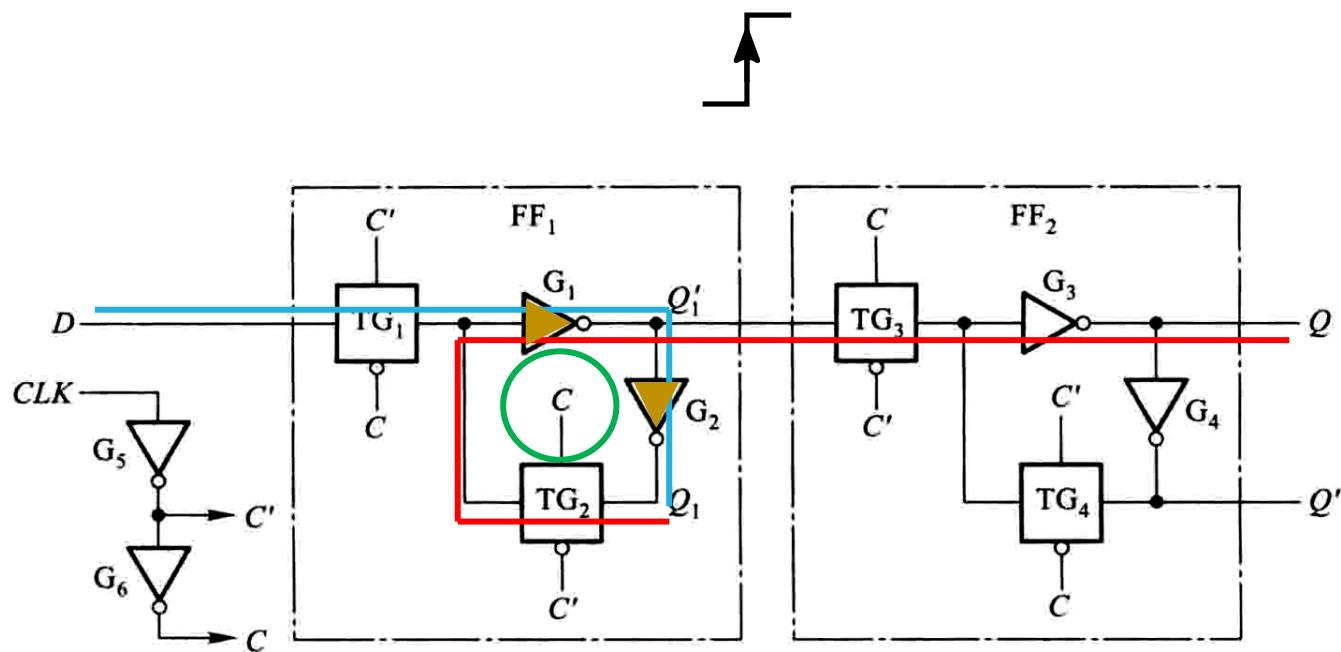
- 建立时间 (setup time)  $t_{su}$
- 保持时间 (hold time)  $t_h$
- 传输延迟 (propagation delay)  $t_{pd}$





# DFF的建立时间

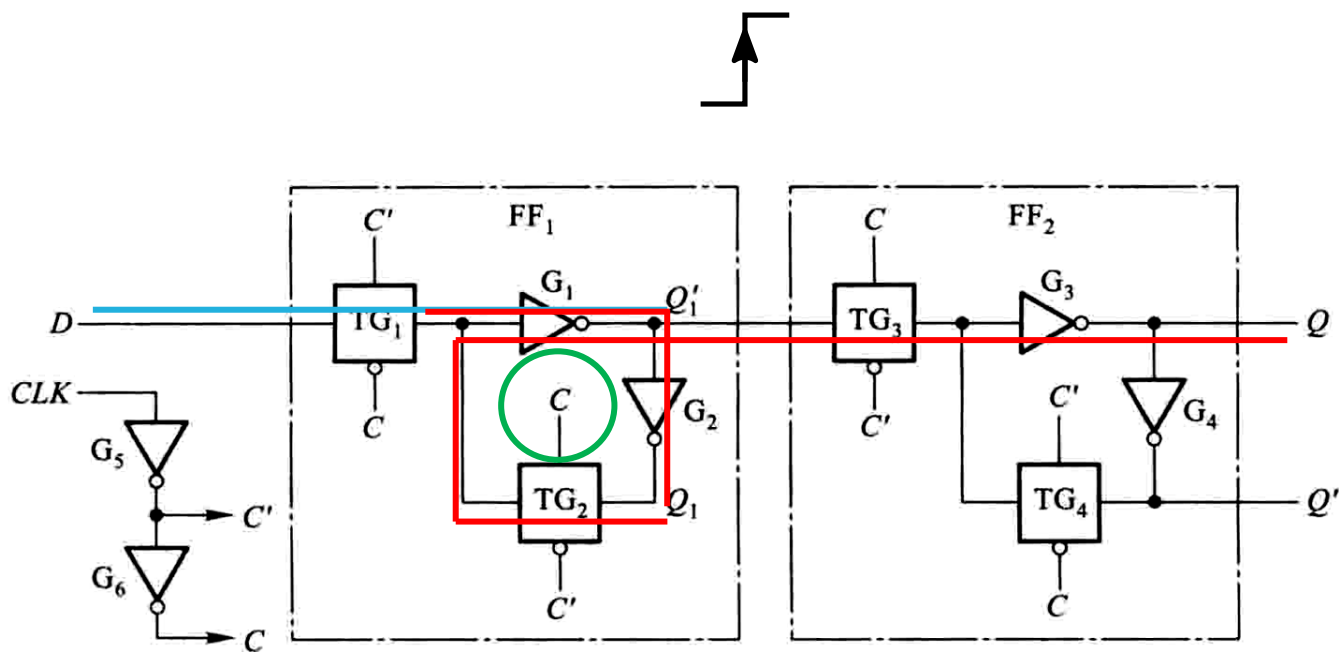
建立时间 $t_{su}$ 是时钟沿到来之前数据输入需要保持稳定的最小时间。



在时钟沿到来之前，输入信号 $D$ 应该已经传输到 $Q_1$ ，否则输入级的反馈环不能正确建立。所以， $t_{su} \approx t_{TG1} + t_{G1} + t_{G2}$

# DFF的保持时间

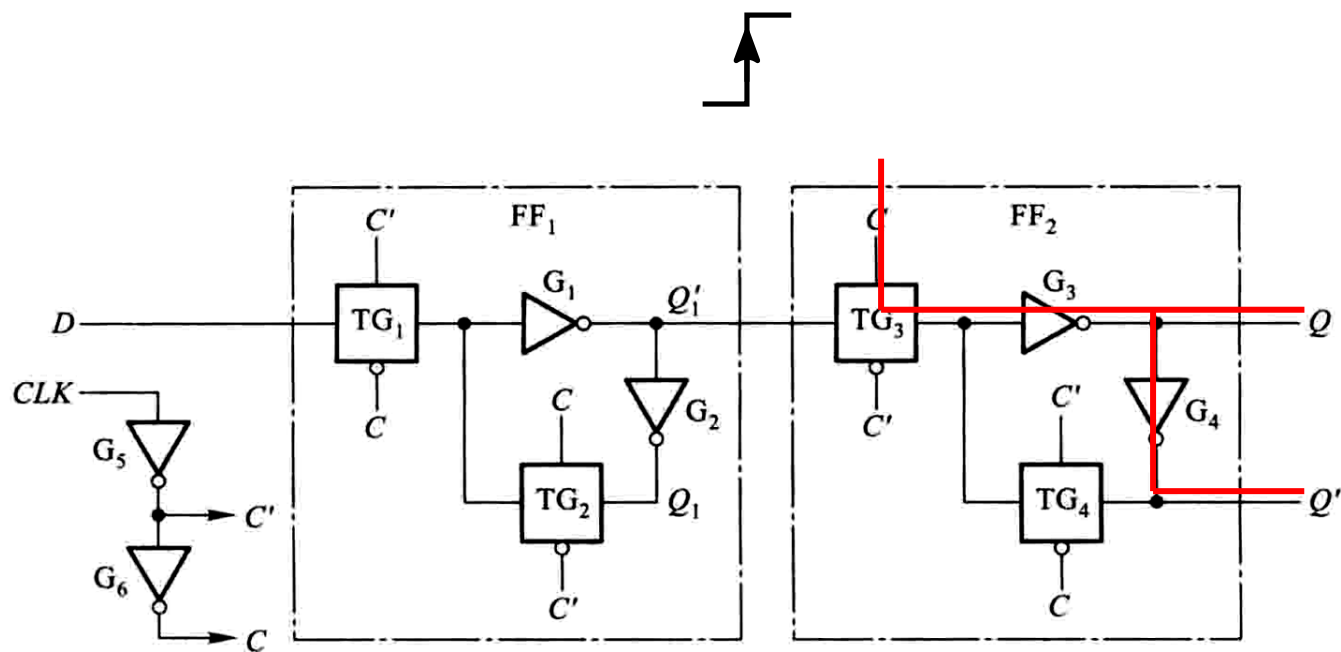
保持时间 $t_h$ 是时钟沿到来之后数据输入需要保持稳定的最小时间。



在时钟沿到来之后，输入信号 $D$ 应该在 $TG_1$ 彻底关闭之前保持稳定。所以， $t_h \approx t_{TG1}$ 。（这个和课本上有出入，欢迎讨论）

# DFF的传输时间

传输时间 $t_{pd}$ 是从时钟沿到输出状态变化的最小时间。



在时钟沿到来之后:

$$t_{pd} \approx t_{TG3} + t_{G3}$$
$$t'_{pd} \approx t_{TG3} + t_{G3} + t_{G4}$$

# 总结：考试范围

- **各种触发器：逻辑、实现、特性**  
RS触发器，D触发器，T触发器
- **Verilog HDL：设计**
  - D-Latch：D型电平触发器
  - DFF：D型沿触发器
  - 由DFF构成T触发器
- **DFF的动态特性（概念）**
  - 建立时间
  - 保持时间
  - 传输时间

## ○ 数字电路

### ○ 组合逻辑电路

Combinational Logic

在任意时刻，电路的输出仅决定于该时刻的输入，与电路原来的状态无关。

### ○ 时序逻辑电路

Sequential Logic

电路的输出不仅受该时刻输入的影响，还受电路原来状态的影响（包含内部存储）。

## ○ 时序逻辑电路

### ○ 通过存储状态可以用时间换空间

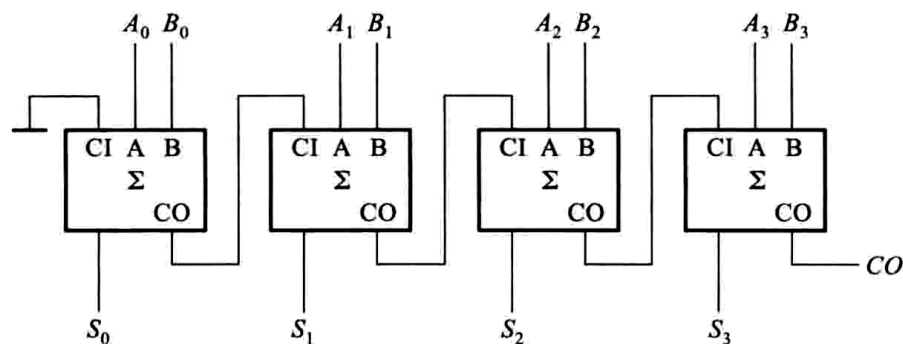
### ○ 状态存储扩大了电路的状态空间，可以用以描述更复杂的电路行为。

# 串行加法器

## ○ N位串行加法器

### ○ 组合逻辑电路

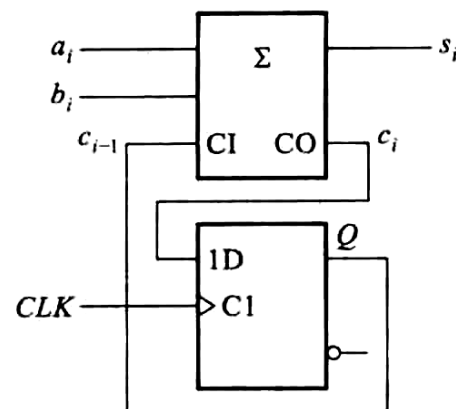
- N个全加器
- 立即出结果



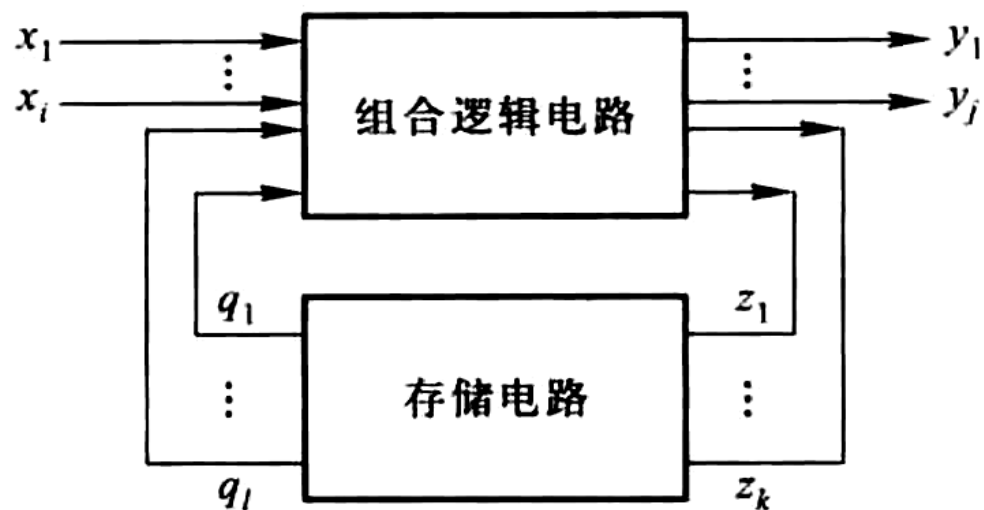
### ○ 时序逻辑电路

- 1个全加器加上一个DFF
- N个周期出结果

## ○ 时序逻辑电路用时间换空间



# 时序逻辑电路的系统方程



$$Y = F(X, Q)$$
$$Z = G(X, Q)$$
$$Q^* = H(Z, Q)$$

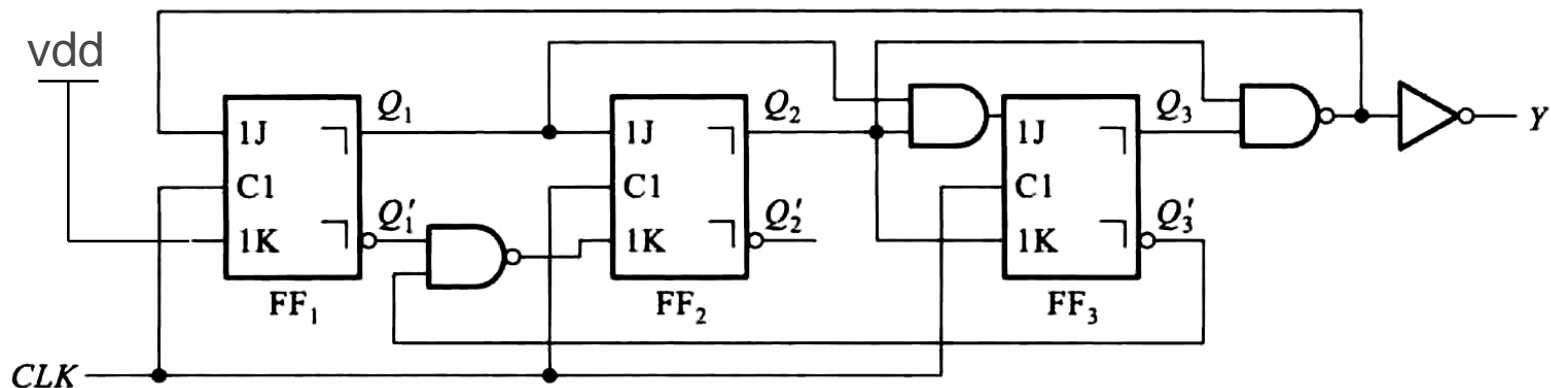
# 时序逻辑电路的分析方法

- 确定输出的逻辑方程： $Y = F(X, Q)$
- 分析每个触发器的驱动逻辑方程： $Z = G(X, Q)$
- 代入触发器的特性方程： $Q^* = H(Z, Q)$

**当整个时序逻辑电路的系统方程被确定，电路的逻辑功能就被完全确定。**



# 时序逻辑电路的功能分析示例—触发器驱动方程



$$J_1 = \overline{Q_2 Q_3} \quad K_1 = 1$$

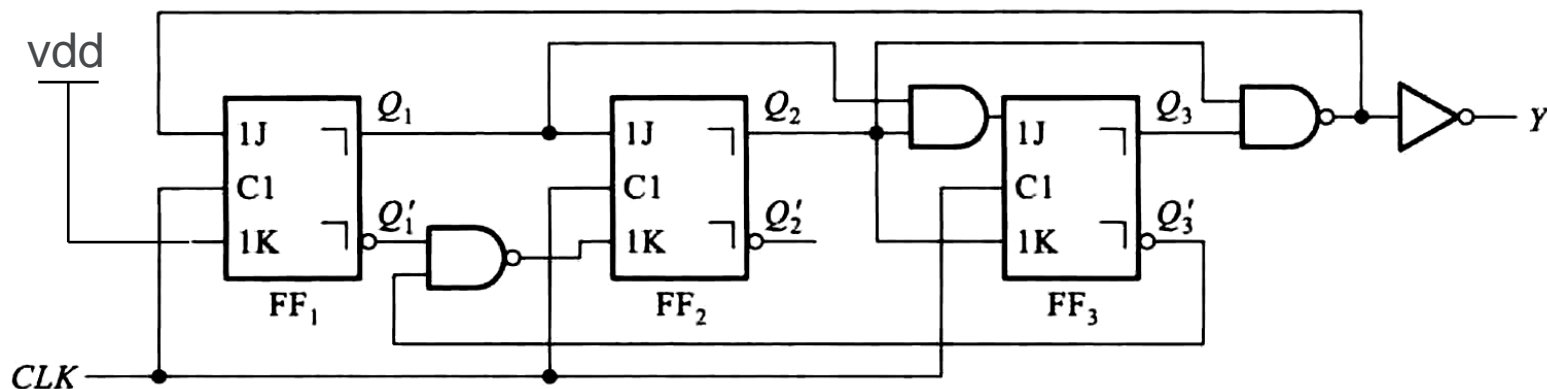
$$J_2 = Q_1 \quad K_2 = Q_1 + Q_3$$

$$J_3 = Q_1 Q_2 \quad K_3 = Q_2$$

$$Z = G(X, Q)$$



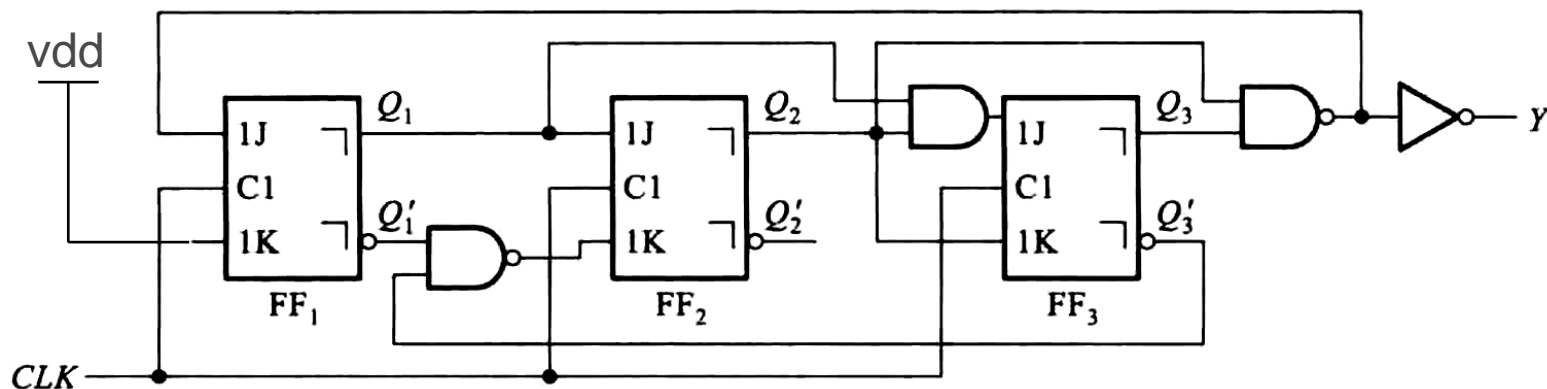
# 时序逻辑电路的功能分析示例—输出方程



$$Y = Q_2 Q_3$$

$$Y = F(Q)$$

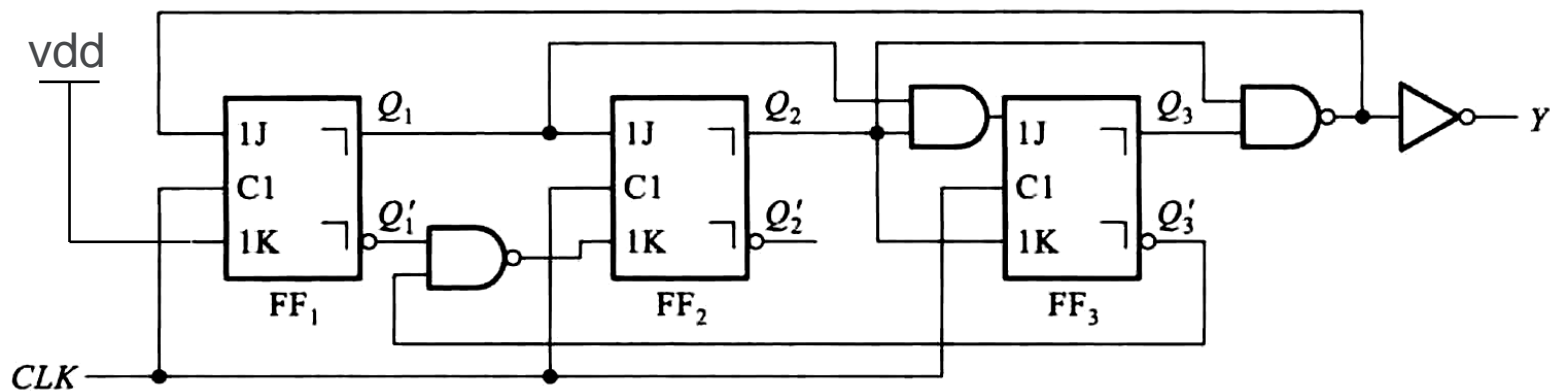
# 时序逻辑电路的功能分析示例—系统方程



$$\begin{aligned}Q_1^* &= \overline{Q_2 Q_3} \cdot \overline{Q_1} \\Q_2^* &= Q_1 \overline{Q_2} + \overline{Q_1} Q_2 \overline{Q_3} \\Q_3^* &= Q_1 Q_2 \overline{Q_3} + \overline{Q_2} Q_3 \\Y &= Q_2 Q_3\end{aligned}$$

我们仍然不太明白这个电路的功能。

# 时序逻辑电路的功能分析示例—状态转换表



$Q_3Q_2Q_1$	$Q_3^*Q_2^*Q_1^*$	$Y$
000	001	0
001	010	0
010	011	0
011	100	0
100	101	0
101	110	0
110	000	1
111	000	0

7循环计数器

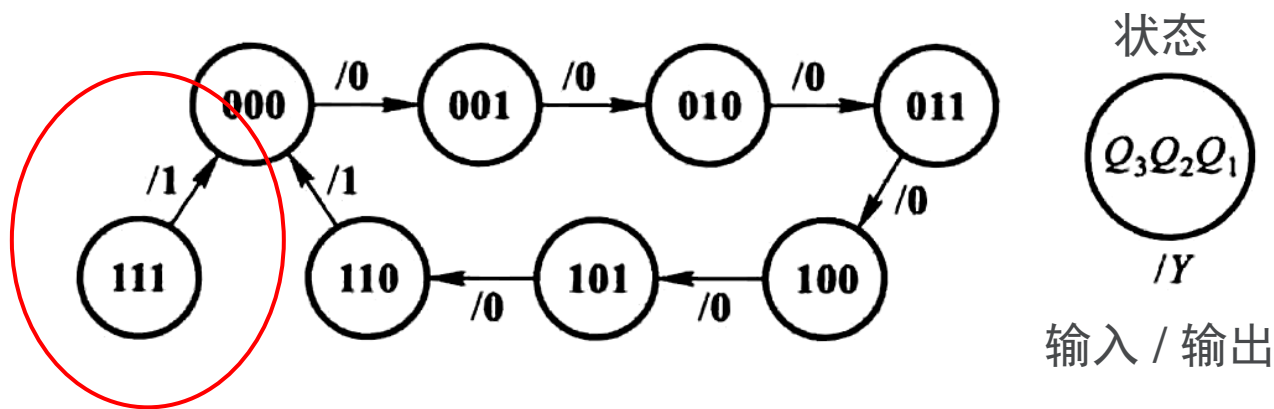
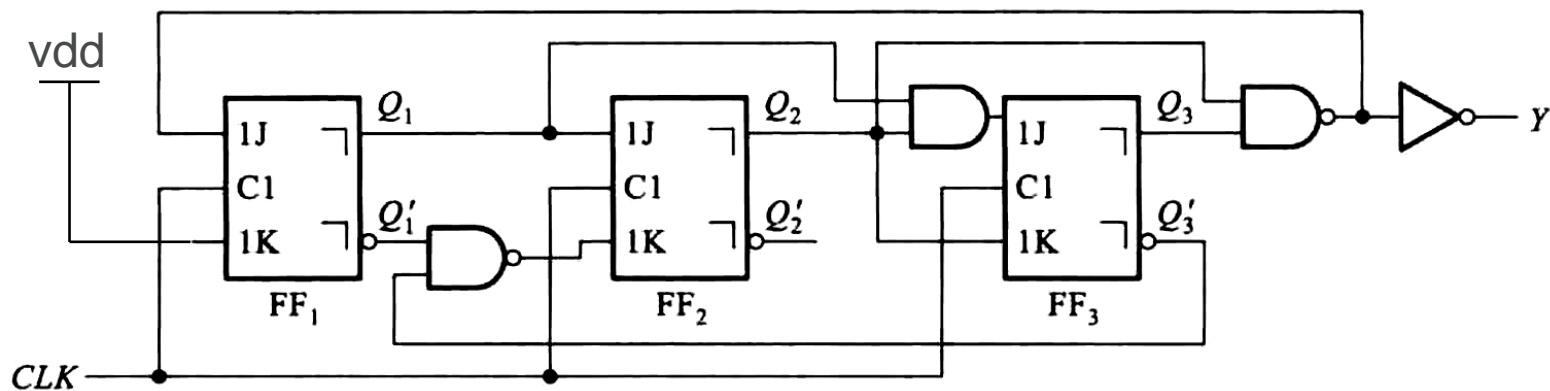
$$Y = Q_2Q_3$$

$$Q_1^* = \overline{Q_2Q_3} \cdot \overline{Q_1}$$

$$Q_2^* = Q_1\overline{Q_2} + \overline{Q_1}Q_2\overline{Q_3}$$

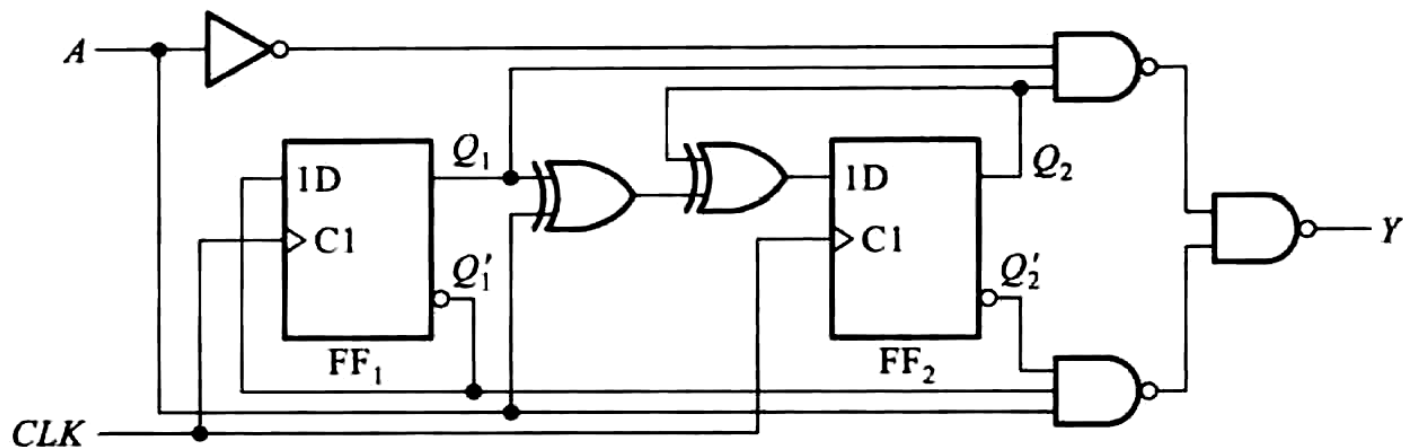
$$Q_3^* = Q_1Q_2\overline{Q_3} + \overline{Q_2}Q_3$$

# 时序逻辑电路的功能分析示例—状态转换图



无效状态向有效状态迁移  
可自启的时序逻辑电路

# D触发器构成的时序逻辑电路示例—系统方程

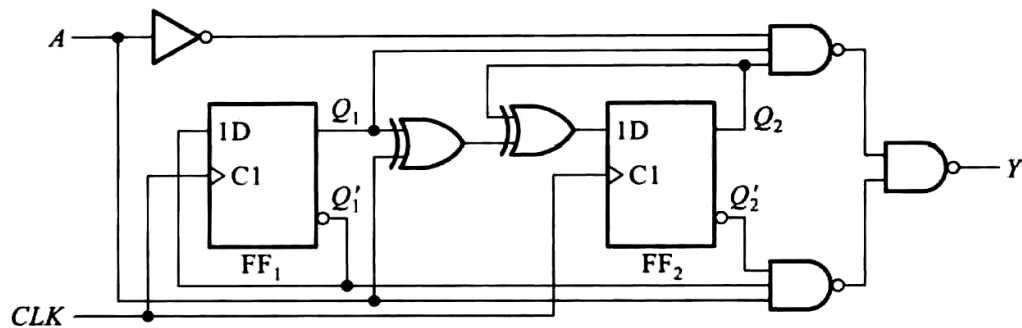


$$Q_1^* = \overline{Q_1}$$

$$Q_2^* = A \oplus Q_1 \oplus Q_2$$

$$Y = \overline{A}Q_1Q_2 + A\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2}$$

# D触发器构成的时序逻辑电路示例—状态转换表



$$Q_1^* = \overline{Q_1}$$

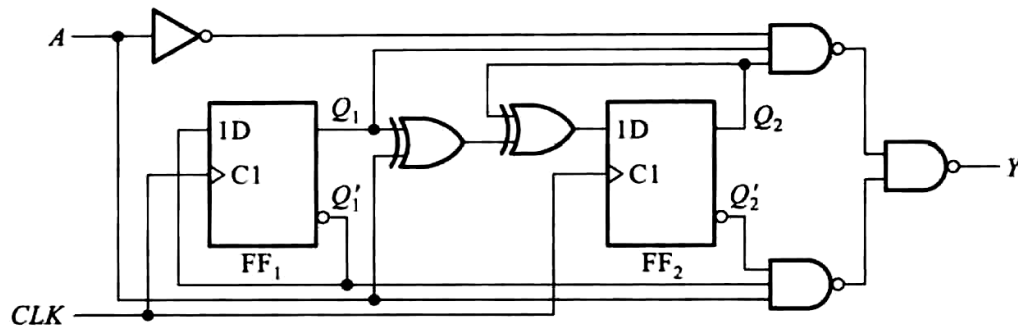
$$Q_2^* = A \oplus Q_1 \oplus Q_2$$

$$Y = \overline{A}Q_1Q_2 + A\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2}$$

A	$Q_2Q_1$	$Q_2^*Q_1^*$	Y
0	00	01	0
0	01	10	0
0	10	11	0
0	11	00	1
1	00	11	1
1	01	00	0
1	10	01	0
1	11	10	0



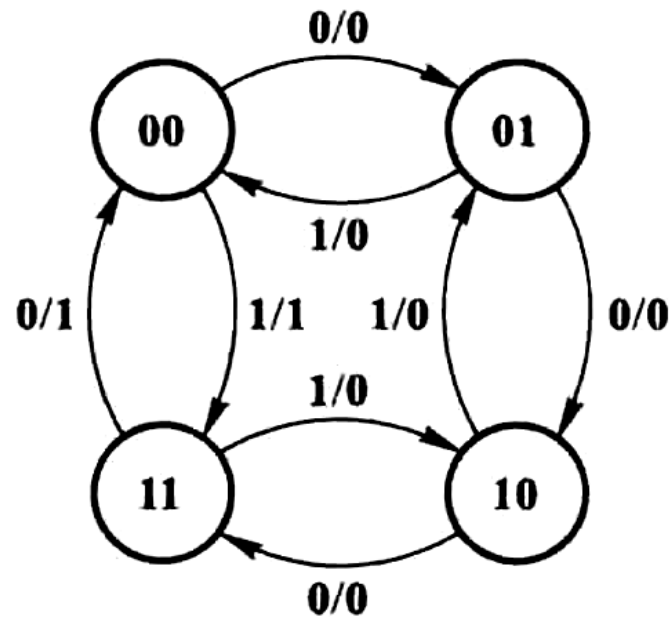
# D触发器构成的时序逻辑电路示例—状态转换图



$$Q_1^* = \overline{Q_1}$$

$$Q_2^* = A \oplus Q_1 \oplus Q_2$$

$$Y = \overline{A}Q_1Q_2 + AQ_1 \cdot \overline{Q_2}$$



2位双向计数器

# 时序逻辑电路总结

## ○时序逻辑电路

- 电路包含内部状态存储
- 输出和内部状态受系统上一时刻状态的影响
- 状态空间复杂
- 用时间换取电路空间

## ○时序逻辑电路的系统方程

### ○时序电路的系统方程：

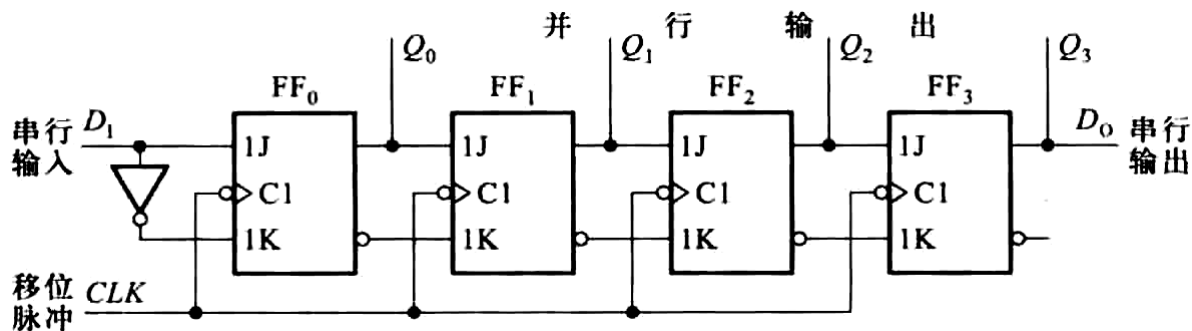
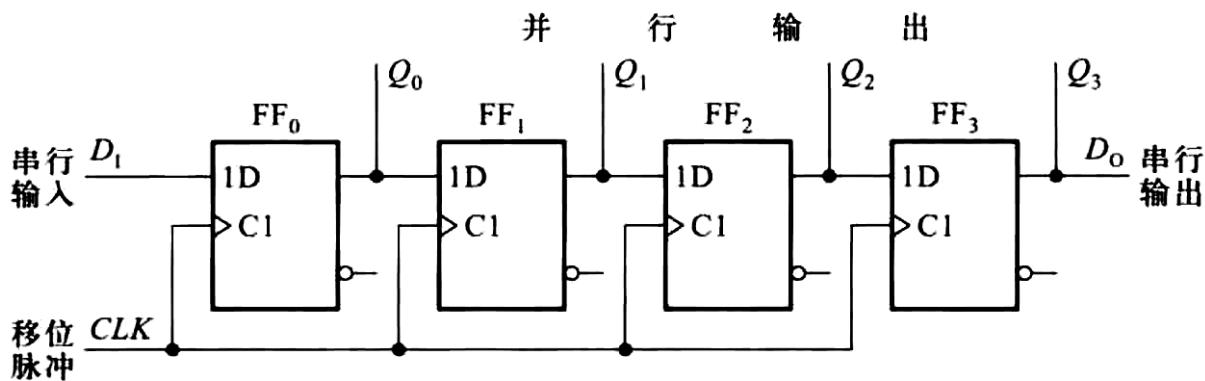
- 触发器驱动方程
- 触发器特性方程
- 输出方程

关于流程图和时序图的部分，自行看书自学。

### ○时序电路的状态

- 状态转换表
- 状态转换图
- 一般来说，时序逻辑电路的状态是有意义的（人为设计）

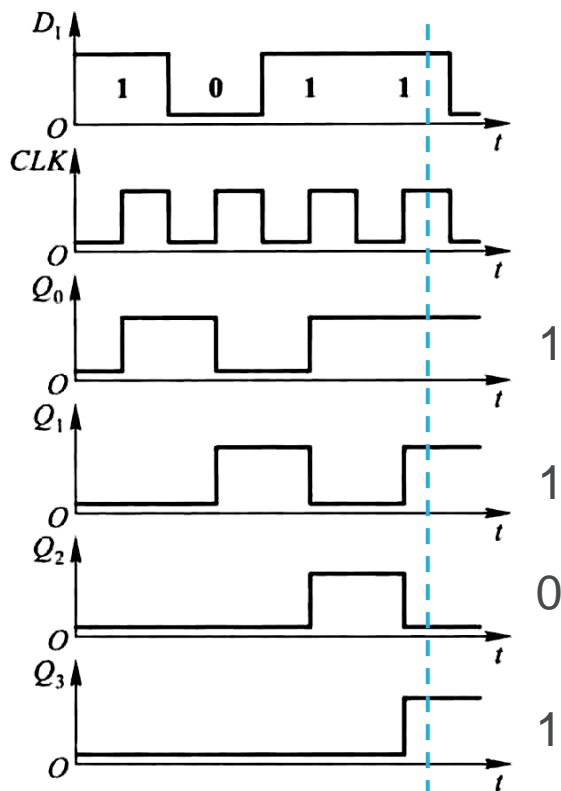
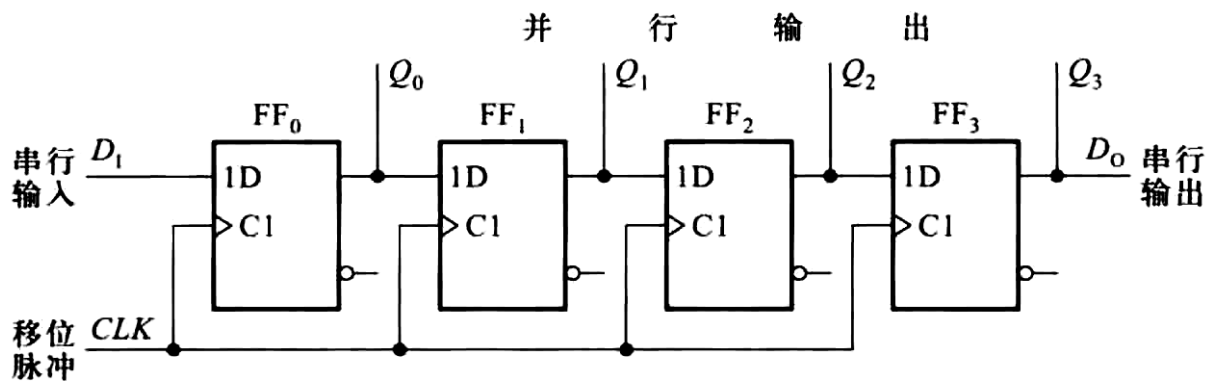
# 常用时序逻辑—移位寄存器



$$Q_i^* = Q_{i-1}$$
$$Y_{para} = Q$$
$$Y_{seri} = Q_{n-1}$$

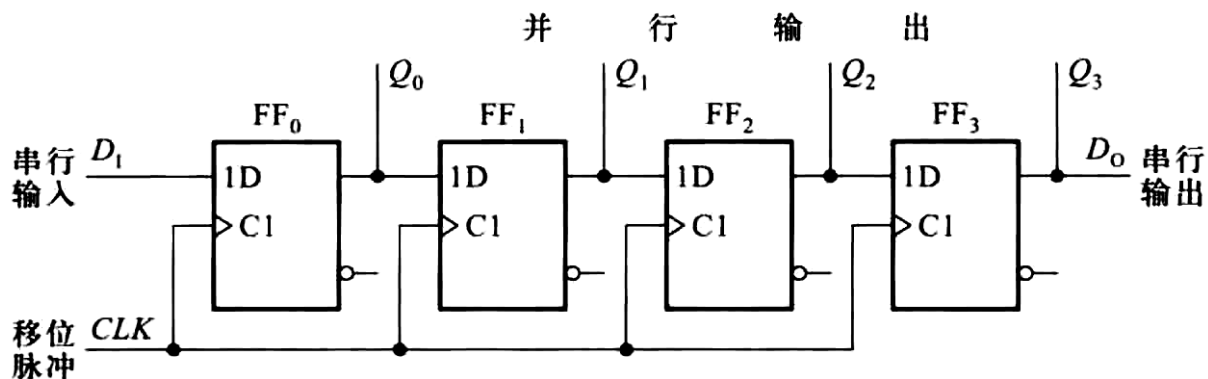
不太适合用状态转换图描述，空间爆炸。  
系统方程反而比较容易理解。

# 常用时序逻辑—移位寄存器



用途：  
\* 串并转换  
\* 延时输出

# 常用时序逻辑—移位寄存器



```
module shifter(  
    input clk, din,  
    output [3:0] q,  
    output dout);  
  
    reg [3:0] q;  
    always @(posedge clk)  
        q <= {q[2:0],din}; // 移位操作  
  
    assign dout = q[3];  
endmodule
```

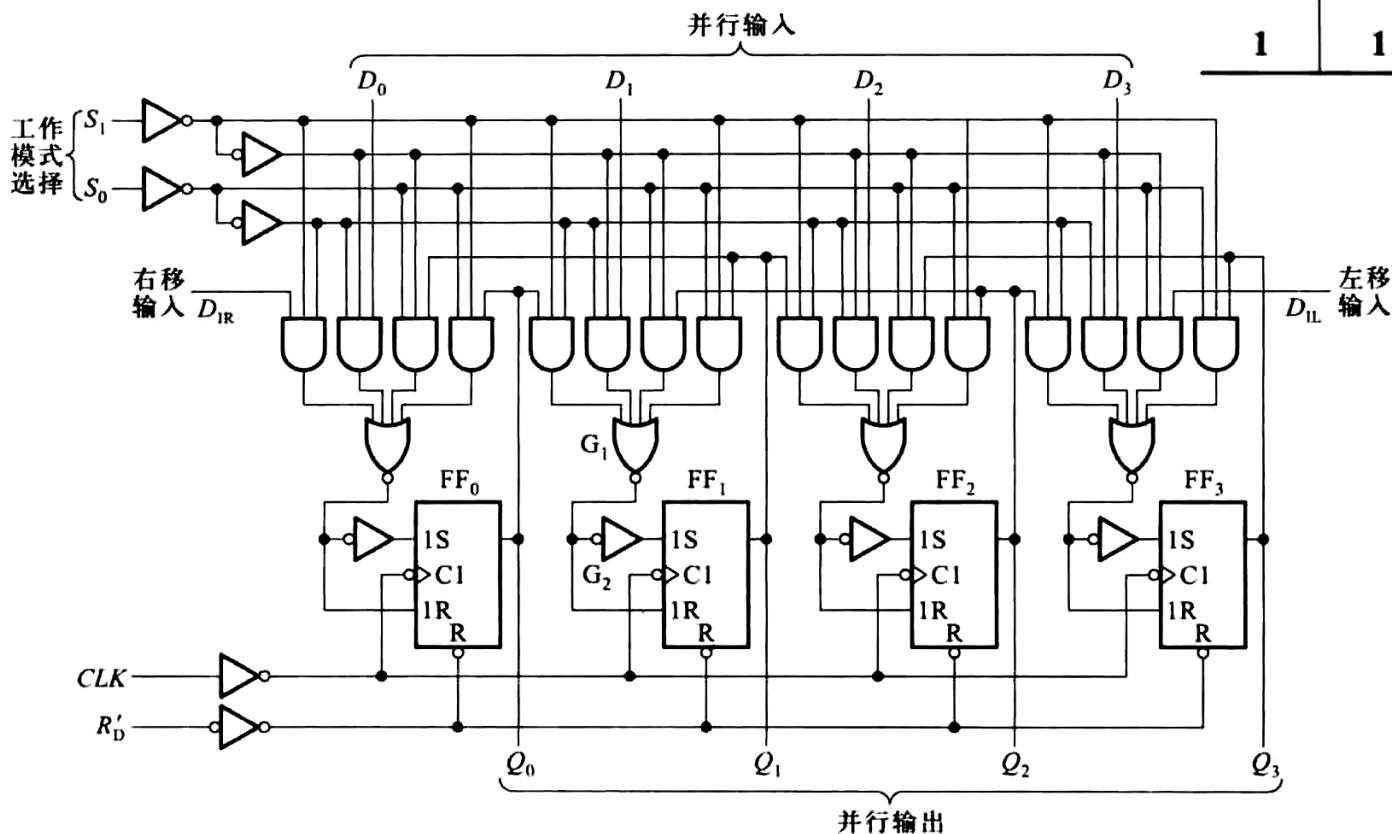
问题，系统刚刚上电的时候，  
输出q的值是多少？

# 常用时序逻辑—移位寄存器

74HC194A, 双向移位寄存器

74HC194A 的功能表

$R'_D$	$S_1$	$S_0$	工作状态
0	×	×	置零
1	0	0	保持
1	0	1	右移
1	1	0	左移
1	1	1	并行输入



# 常用时序逻辑—计数器

$$T_i = Q_{i-1} \cdot Q_{i-2} \cdot \dots \cdot Q_1 \cdot Q_0$$

$$= \prod_{j=0}^{i-1} Q_j \quad (i = 1, 2, \dots, n - 1)$$

$$T_0 = 1$$

$$T_1 = Q_0$$

$$T_2 = Q_0 Q_1$$

$$T_3 = Q_0 Q_1 Q_2$$

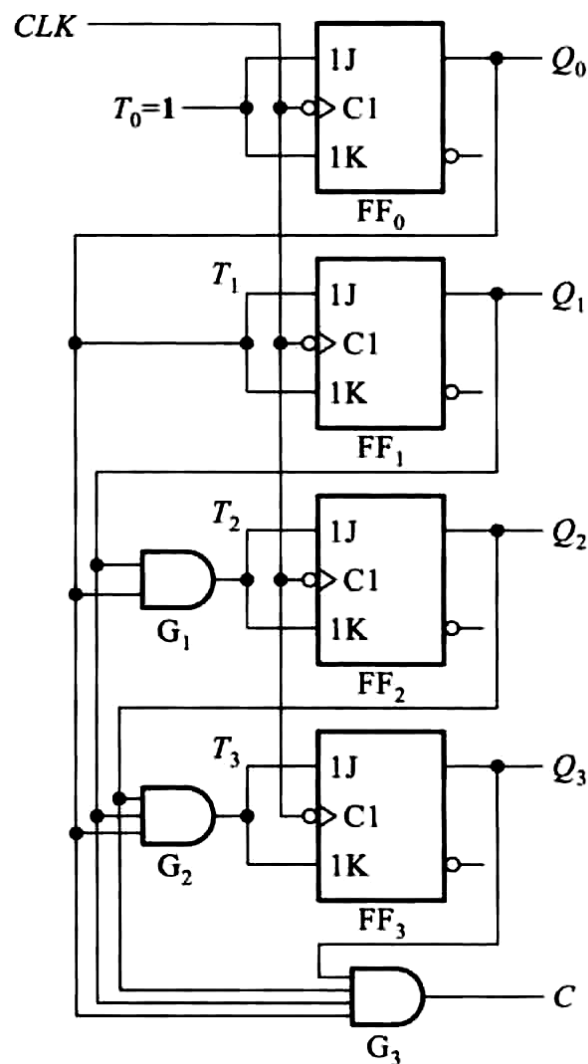
$$Q_0^* = \overline{Q_0}$$

$$Q_1^* = Q_0 \overline{Q_1} + \overline{Q_0} Q_1$$

$$Q_2^* = Q_0 \overline{Q_1} \overline{Q_2} + \overline{Q_0} Q_1 \overline{Q_2} + \overline{Q_0} \overline{Q_1} Q_2 + Q_0 Q_1 Q_2$$

$$Q_3^* = Q_0 \overline{Q_1} \overline{Q_2} \overline{Q_3} + \overline{Q_0} Q_1 \overline{Q_2} \overline{Q_3} + \overline{Q_0} \overline{Q_1} Q_2 \overline{Q_3} + \overline{Q_0} \overline{Q_1} \overline{Q_2} Q_3 + Q_0 Q_1 Q_2 Q_3$$

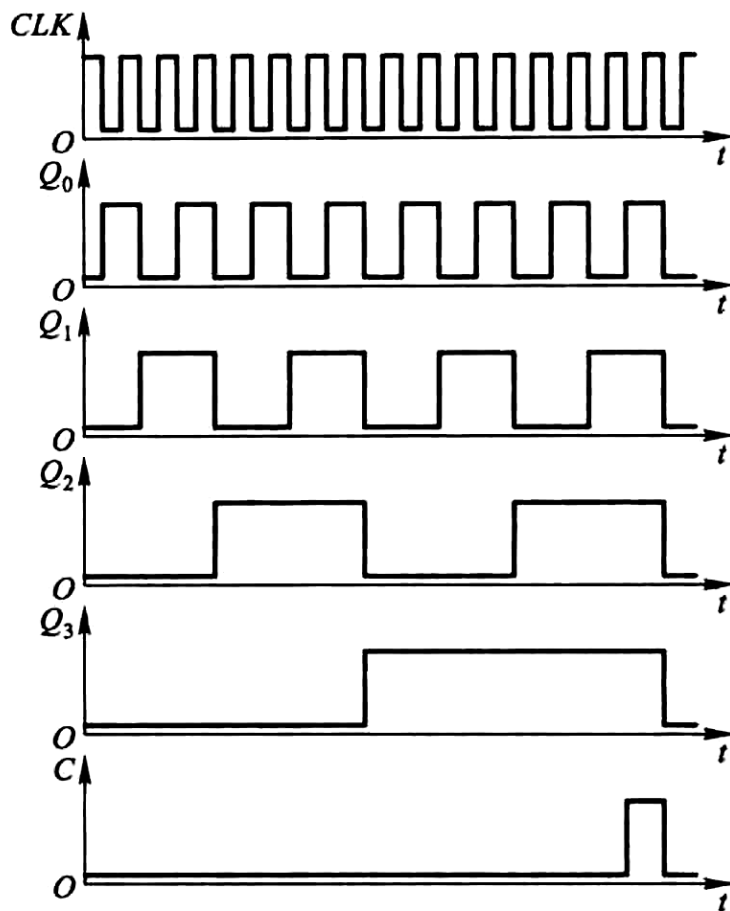
$$C = Q_0 Q_1 Q_2 Q_3$$



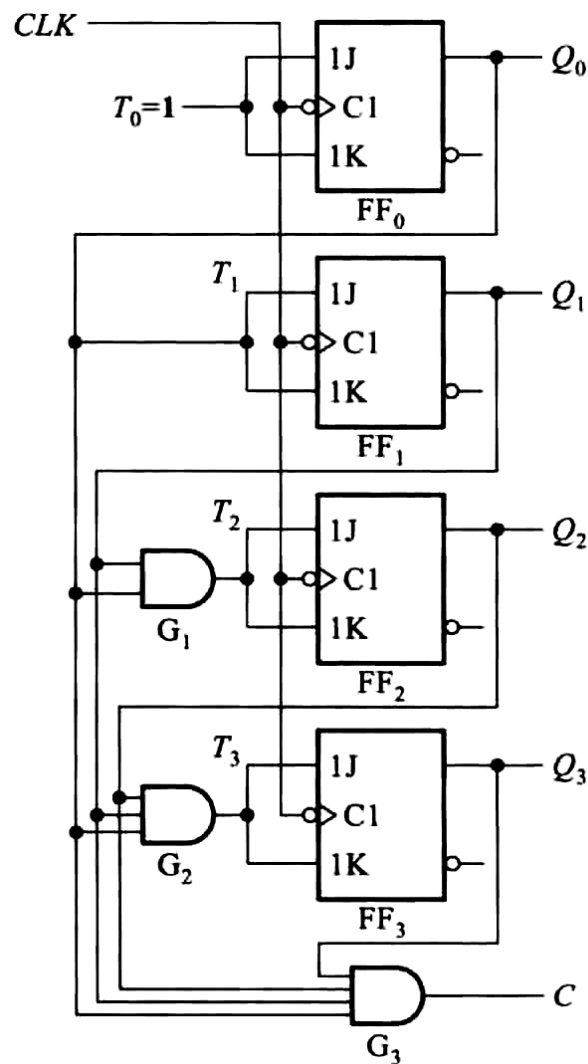




# 常用时序逻辑—计数器



计数器输出的分频效应。



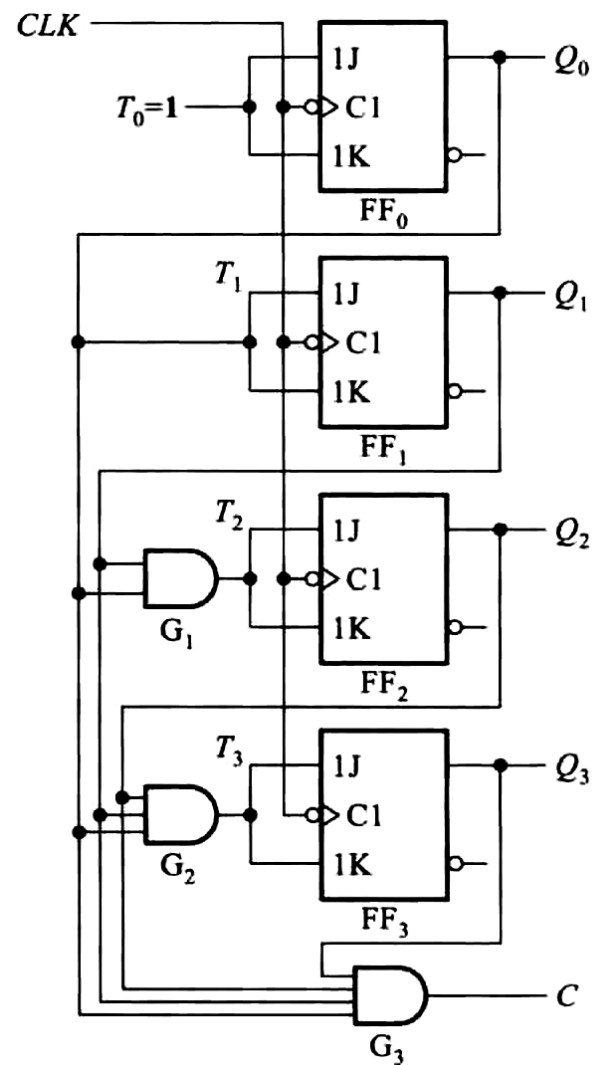
# 常用时序逻辑—计数器

```
module counter(  
    input clk,  
    output [3:0] q,  
    output c);  
  
    reg [3:0] q;  
    always @(negedge clk)  
        q <= q + 1;  
  
    assign c = &q;  
endmodule
```

&q : 递归与, q的所有位与的结果  
在这个例子中  $\&q == q[0]\&q[1]\&q[2]$

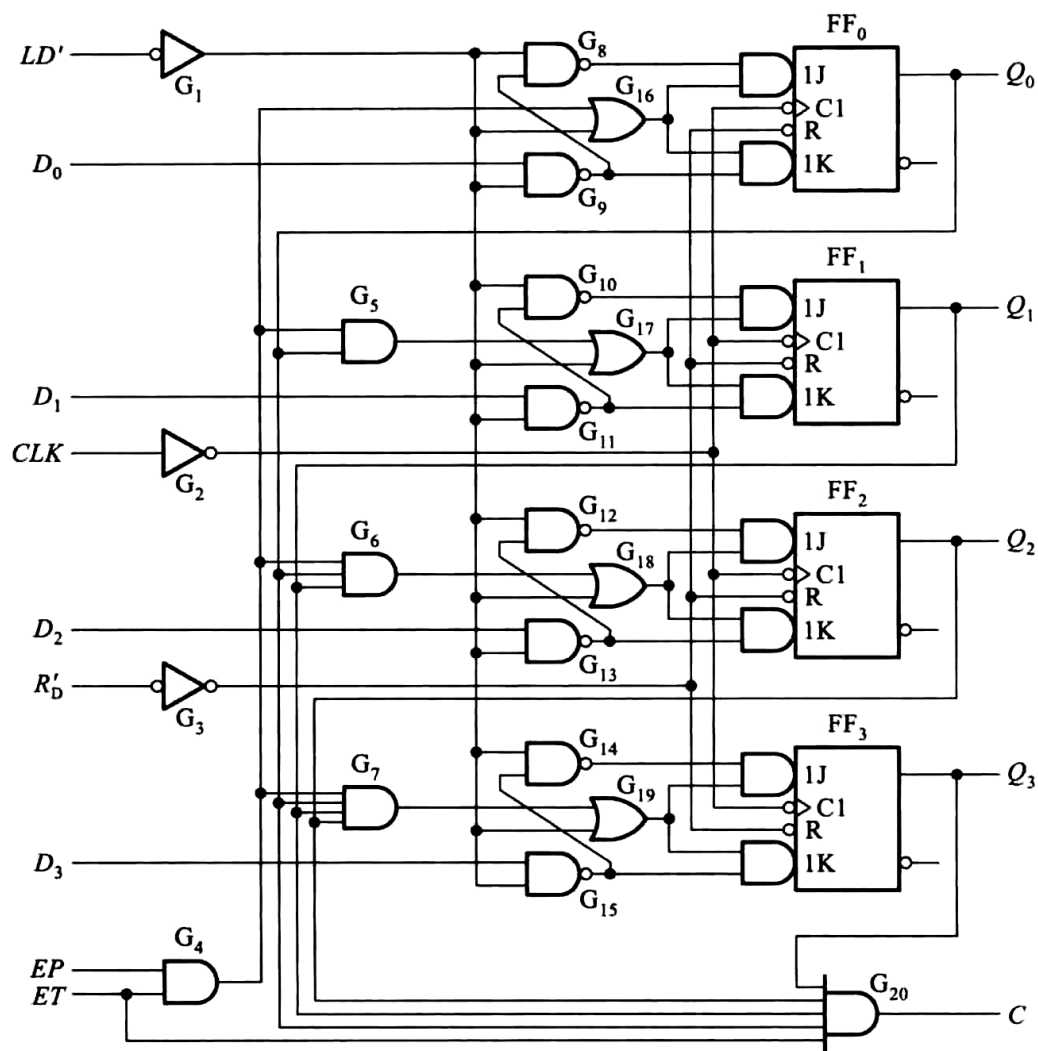
同样Verilog HDL还支持:

|q : 递归或  
^q : 递归异或



虽然Verilog的描述很简单, 作为基础, 我们必须能够手动推出电路的门级实现!

# 常用时序逻辑—计数器



带同步置位和保持的二进制计数器74161

$CLK$	$R'_D$	$LD'$	$EP$	$ET$	工作状态
$\times$	<b>0</b>	$\times$	$\times$	$\times$	置零
$\uparrow$	<b>1</b>	<b>0</b>	$\times$	$\times$	预置数
$\times$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	保持
$\times$	<b>1</b>	<b>1</b>	$\times$	<b>0</b>	保持(但 $C=0$ )
$\uparrow$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	计数

# 常用时序逻辑—计数器 (减法)

$$T_i = Q'_{i-1} \cdot Q'_{i-2} \cdot \dots \cdot Q'_1 \cdot Q'_0 = \prod_{j=0}^{i-1} Q'_j$$

$$T_0 = 1$$

$$T_1 = \overline{Q_0}$$

$$T_2 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1}$$

$$T_3 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2}$$

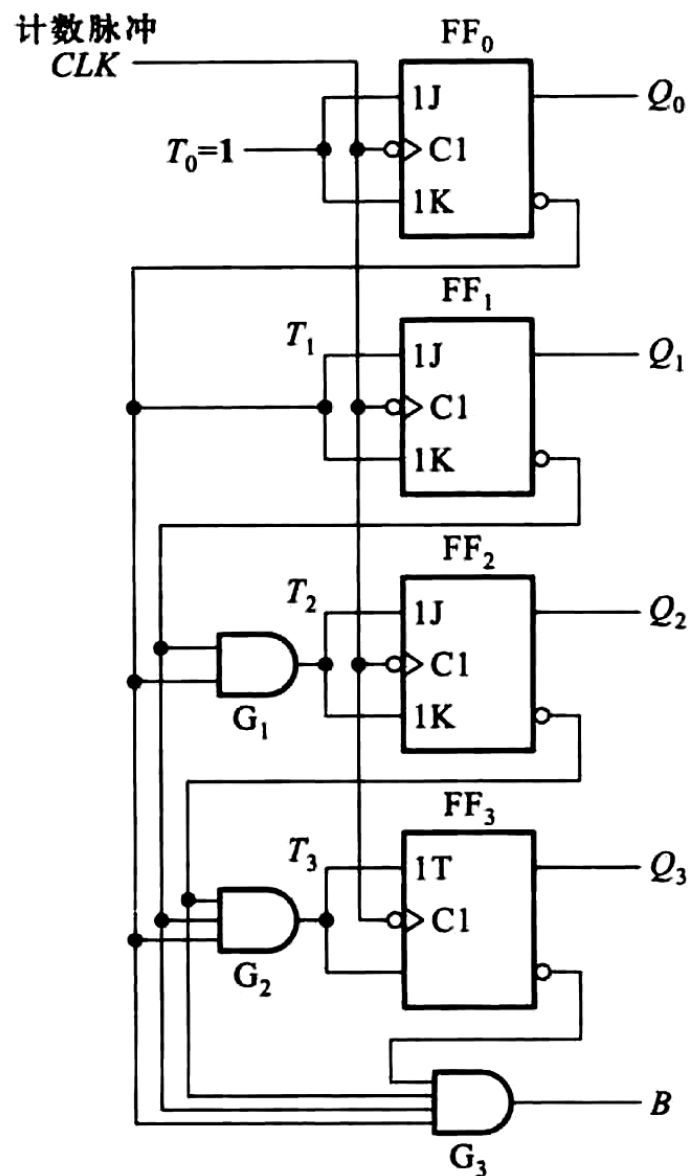
$$Q_0^* = \overline{Q_0}$$

$$Q_1^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} + \overline{Q_0} Q_1$$

$$Q_2^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} + (\overline{Q_0} + \overline{Q_1}) Q_2$$

$$Q_3^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} + (\overline{Q_0} + \overline{Q_1} + \overline{Q_2}) Q_3$$

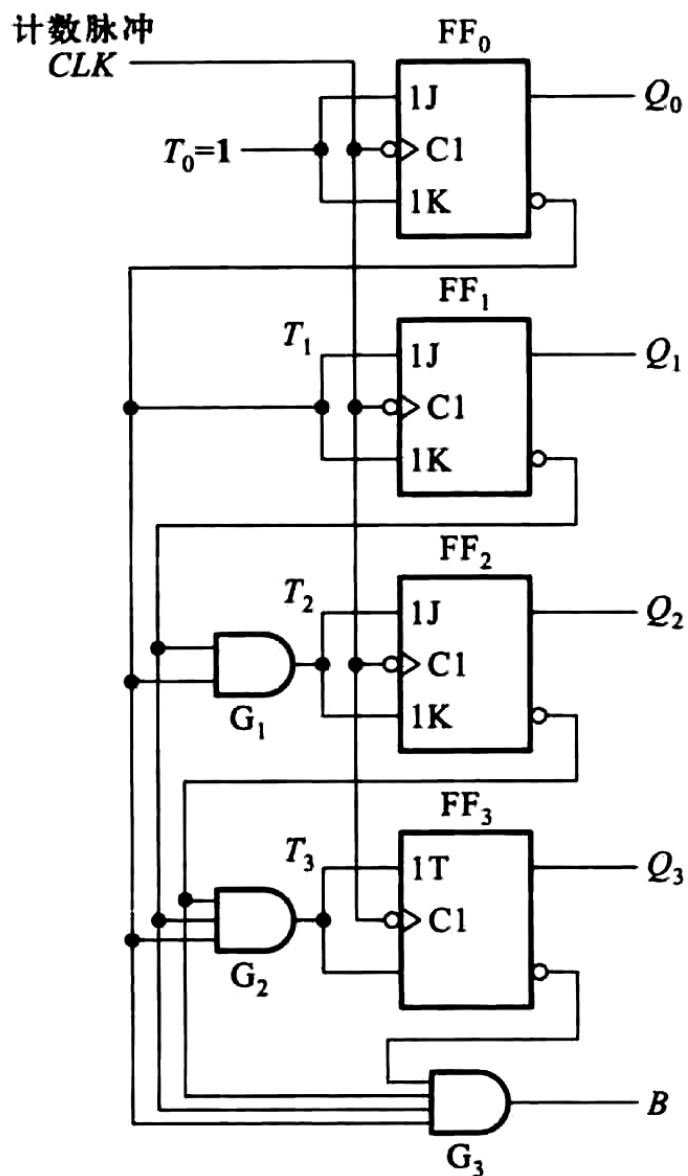
$$B = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$



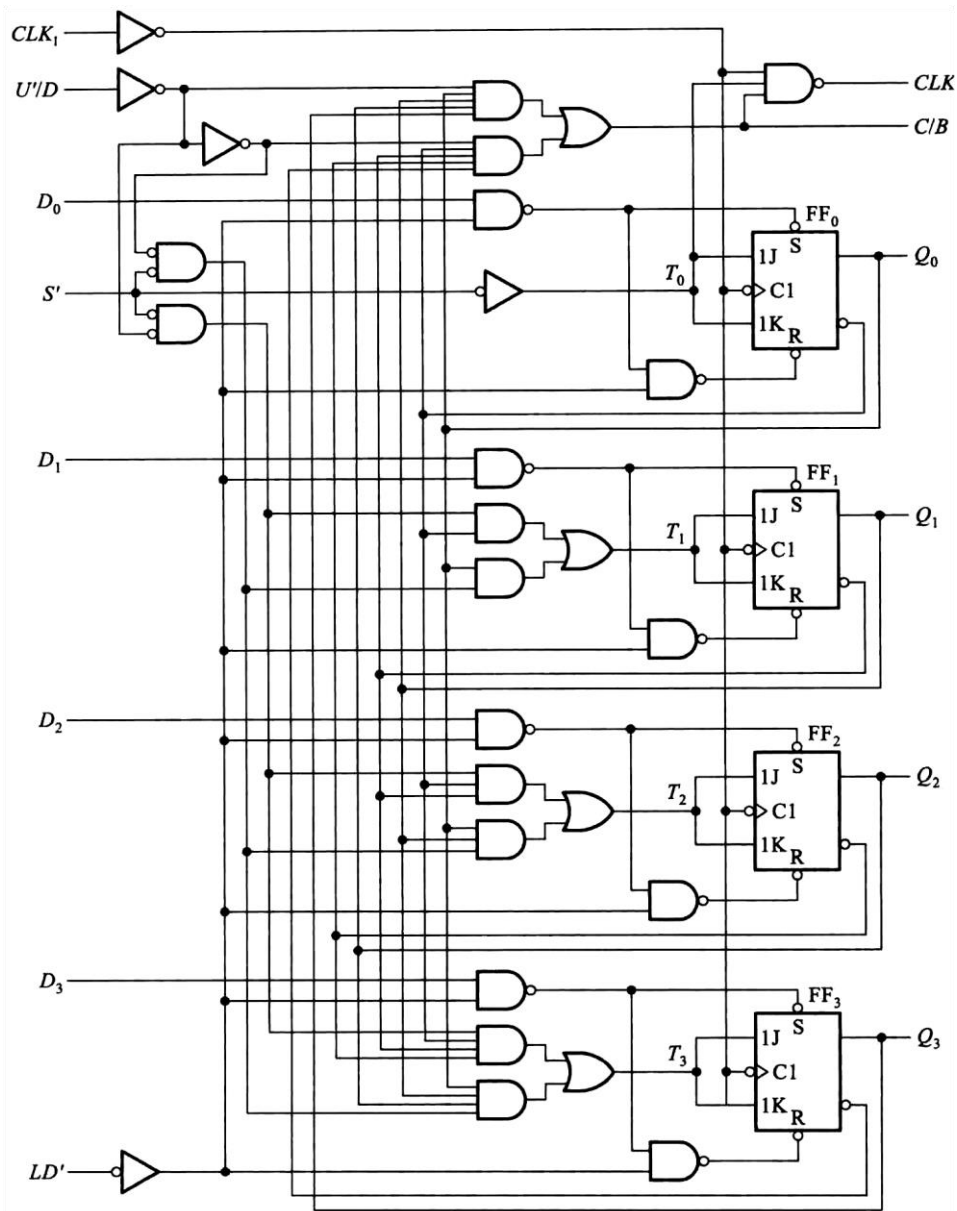
# 常用时序逻辑—计数器（减法）

```
module counter(  
    input clk,  
    output [3:0] q,  
    output b);  
  
    reg [3:0] q;  
    always @(negedge clk)  
        q <= q - 1;  
  
    assign b = &(~q);  
endmodule
```

$\sim q$  是对 $q$ 的按位取反操作。



# 常用时序逻辑—计数器 (加减法)



同步十六进制加/减法计数器74LS191

$CLK_1$	$S'$	$LD'$	$U'/D$	工作状态
×	<b>1</b>	<b>1</b>	×	保持
×	×	<b>0</b>	×	预置数
↑	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	加法计数
↑	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	减法计数

# 常用时序逻辑—计数器 (十进制)

$$\begin{aligned}
 T_0 &= 1 \\
 T_1 &= Q_0 \overline{Q_3} \quad \leftarrow 0xx1 \\
 T_2 &= Q_0 Q_1 \\
 T_3 &= Q_0 Q_1 Q_2 + \overline{Q_0} Q_3 \quad \leftarrow 1xx1
 \end{aligned}$$

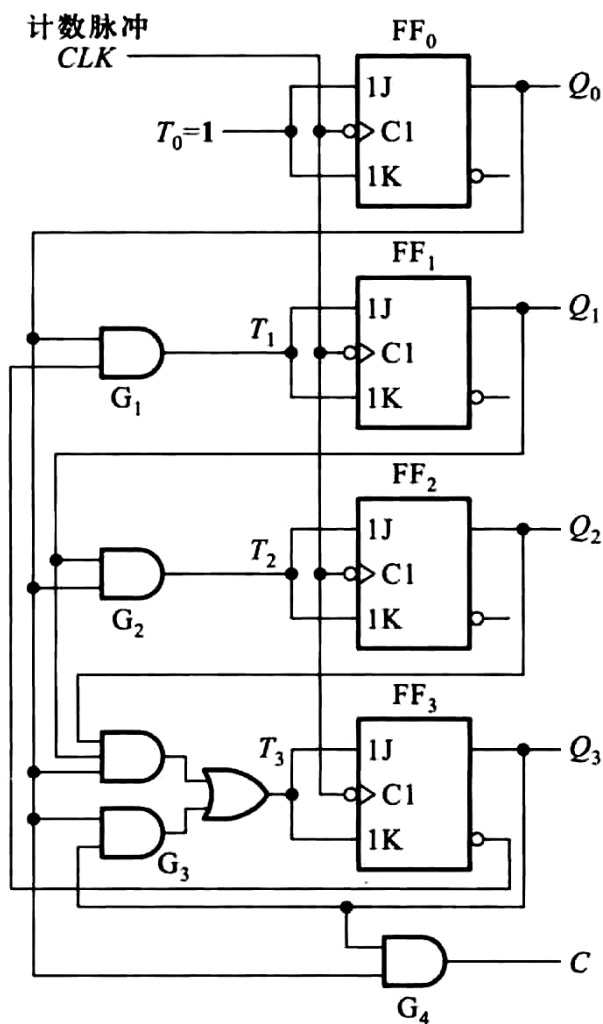
$$Q_0^* = \overline{Q_0}$$

$$Q_1^* = Q_0 \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_1} + \overline{Q_0} \overline{Q_3} Q_1$$

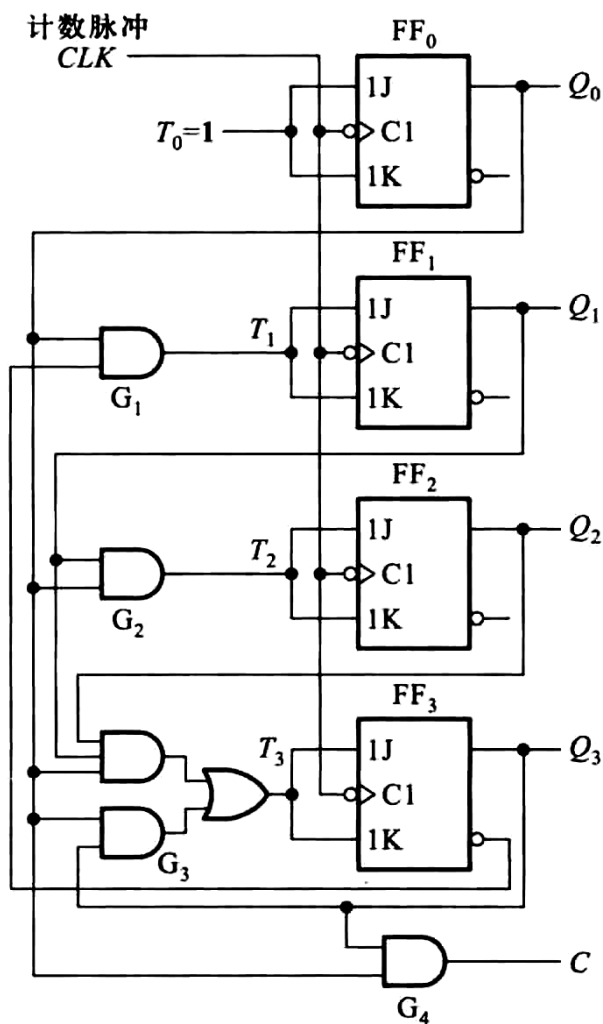
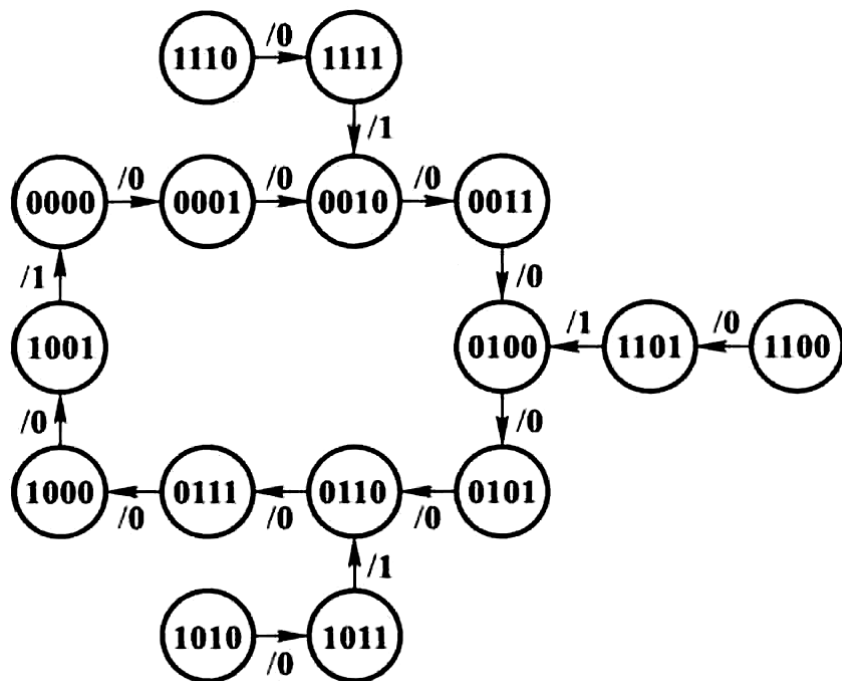
$$Q_2^* = Q_0 Q_1 \overline{Q_2} + \overline{Q_0} Q_1 Q_2$$

$$\begin{aligned}
 Q_3^* &= \overline{(Q_0 Q_1 Q_2 + Q_0 Q_3)} \overline{Q_3} \\
 &\quad + (Q_0 Q_1 Q_2 + Q_0 Q_3) Q_3 \\
 &= Q_0 Q_1 Q_2 + \overline{Q_0} Q_3
 \end{aligned}$$

$$C = Q_0 Q_3$$



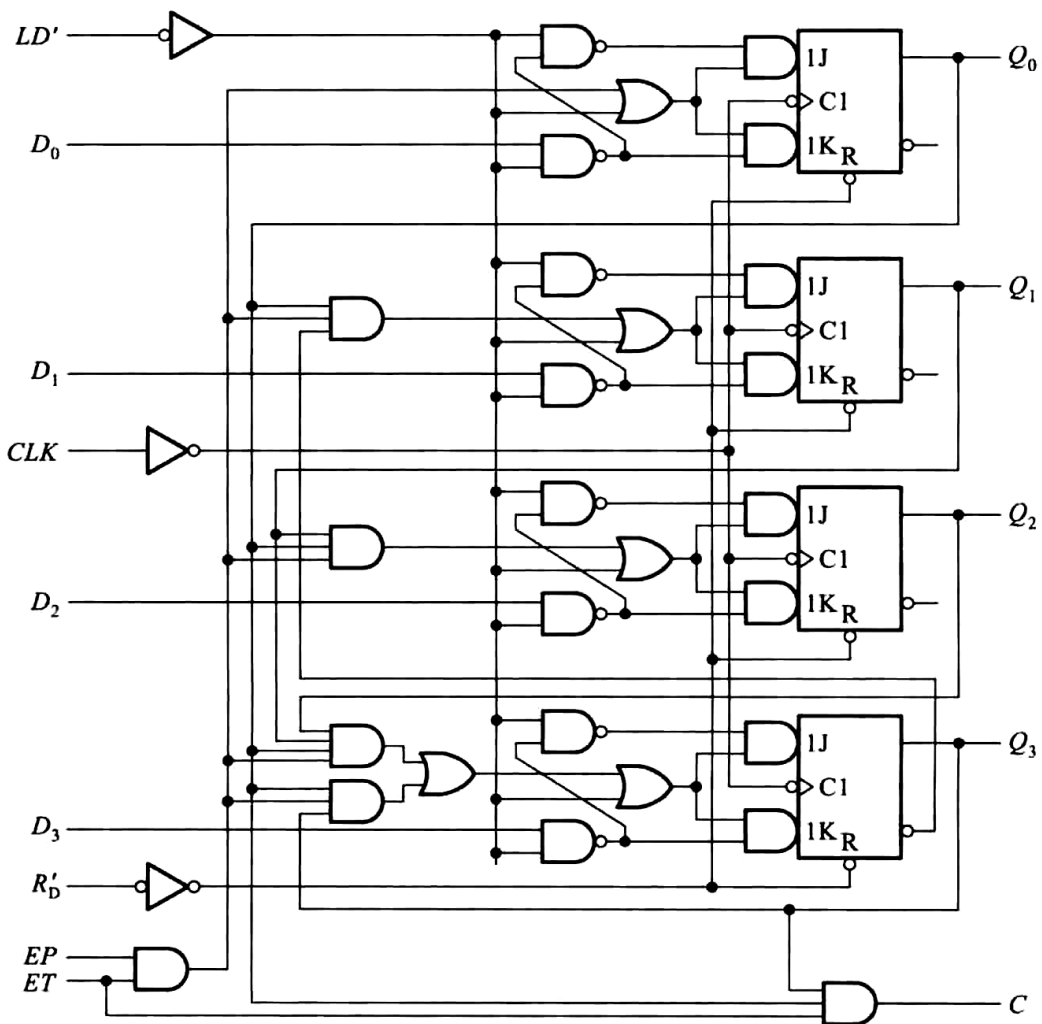
# 常用时序逻辑—计数器 (十进制)







# 常用时序逻辑—计数器（十进制）



带同步置位和保持的十进制计数器74160

$CLK$	$R'_D$	$LD'$	$EP$	$ET$	工作状态
$\times$	<b>0</b>	$\times$	$\times$	$\times$	置零
$\uparrow$	<b>1</b>	<b>0</b>	$\times$	$\times$	预置数
$\times$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	保持
$\times$	<b>1</b>	<b>1</b>	$\times$	<b>0</b>	保持(但 $C=0$ )
$\uparrow$	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	计数

# 常用时序逻辑—计数器 (十进制减法)

$$T_0 = 1$$

$$T_1 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

$$T_2 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

$$T_3 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2}$$

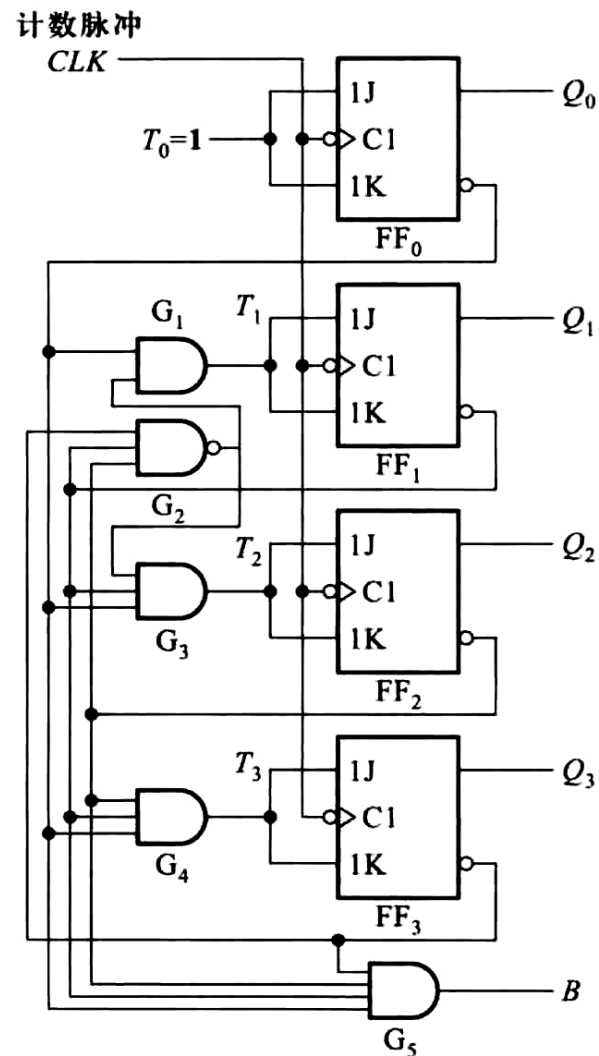
$$Q_0^* = \overline{Q_0}$$

$$Q_1^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_1} + (Q_0 + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}) Q_1$$

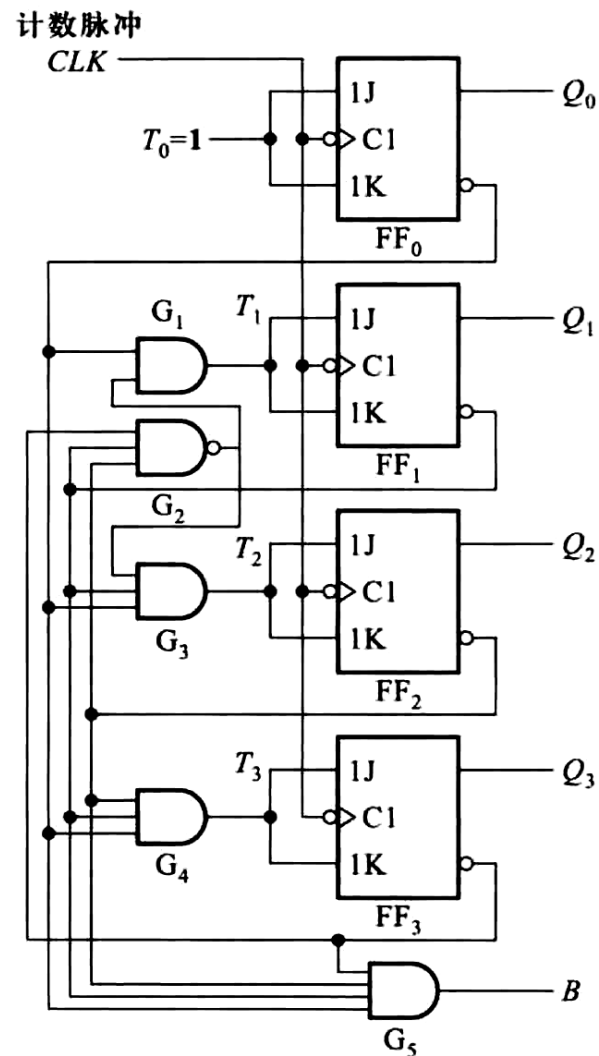
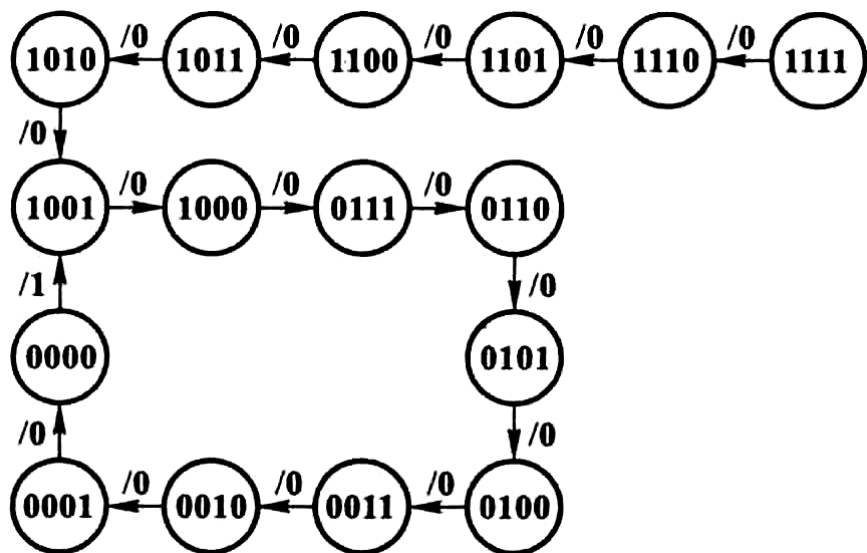
$$Q_2^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_2} + (Q_0 + \overline{Q_1} + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}) Q_2$$

$$Q_3^* = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} + (Q_0 + Q_1 + Q_2) Q_3$$

$$B = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

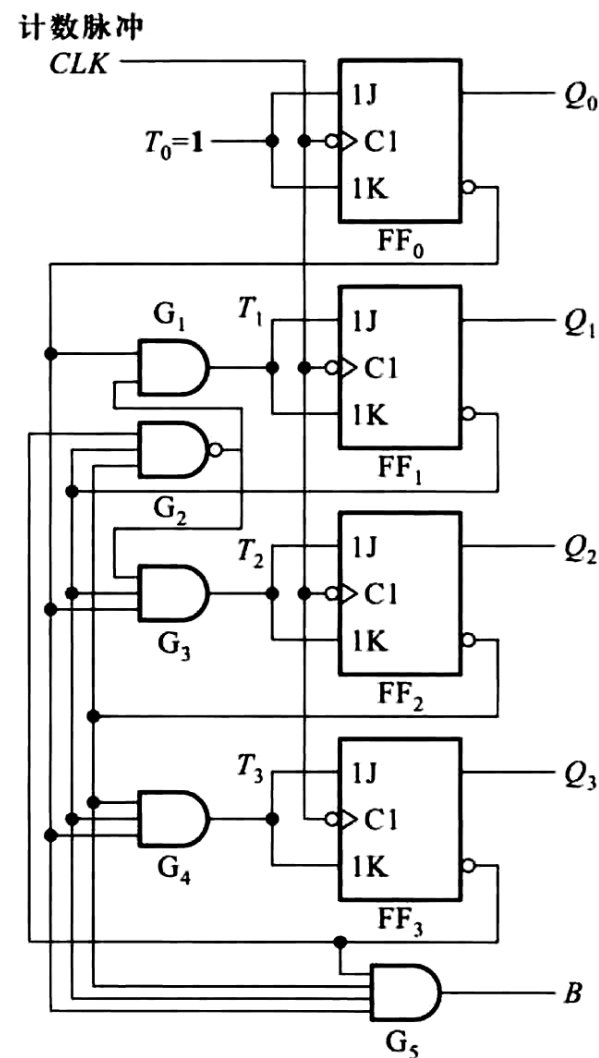


# 常用时序逻辑—计数器 (十进制减法)

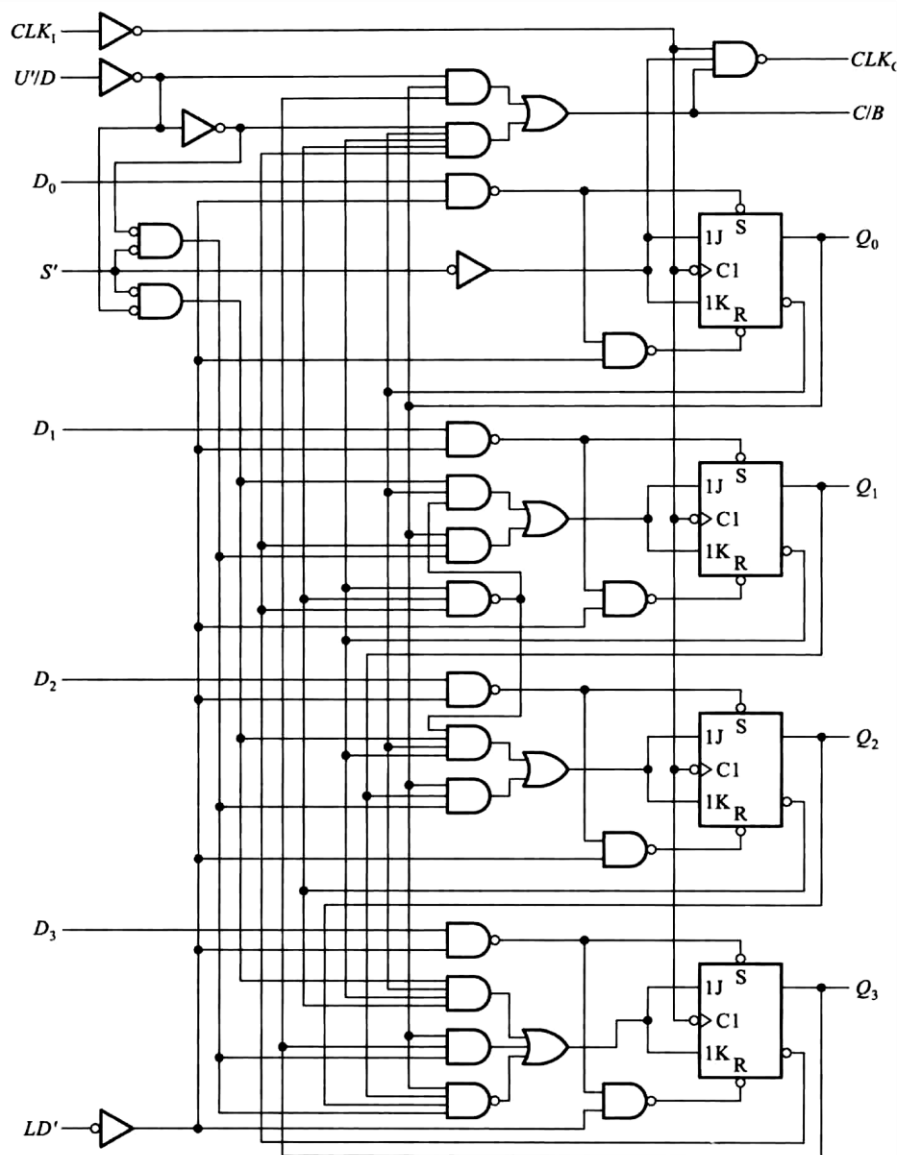


# 常用时序逻辑—计数器 (十进制减法)

```
module counter(  
    input clk,  
    output [3:0] q,  
    output b);  
  
    reg [3:0] q;  
    always @(negedge clk)  
        if(q > 0) q <= q - 1;  
        else      q <= 4'd9;  
  
    assign b = q == 4'd0;  
endmodule
```



# 常用时序逻辑—计数器（十进制加减法）

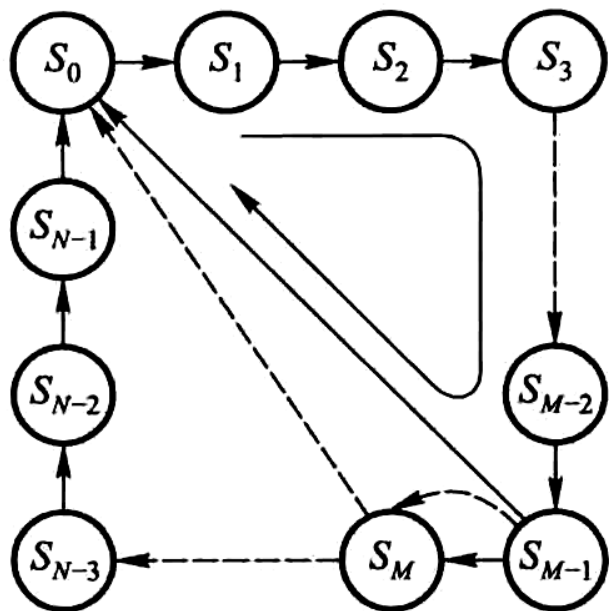


同步十进制加/减法计数器  
74LS190

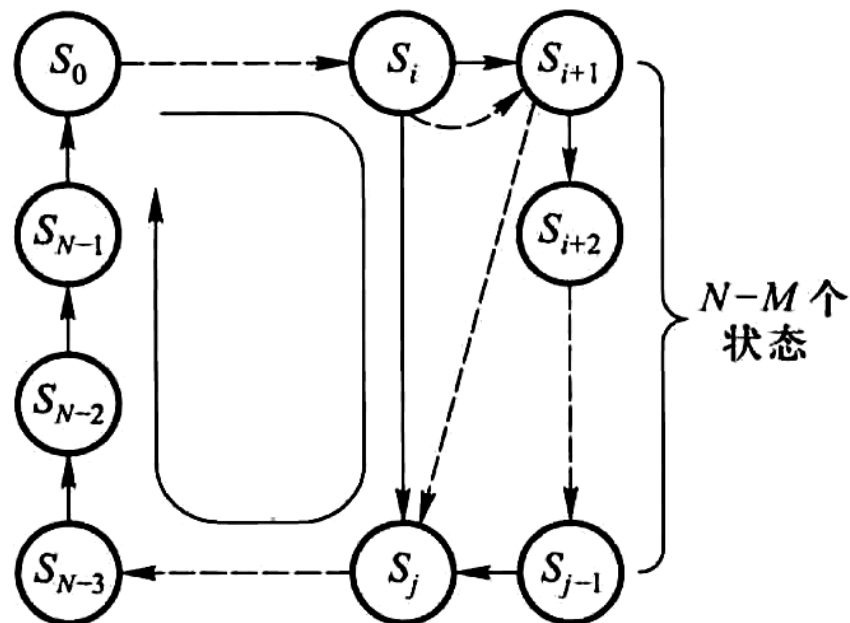
$CLK_1$	$S'$	$LD'$	$U'/D$	工作状态
×	<b>1</b>	<b>1</b>	×	保持
×	×	<b>0</b>	×	预置数
↑	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	加法计数
↑	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	减法计数

# 任意数制计数器 ( $M < N$ )

- 利用现有集成电路模块构成M进制计数器，M小于电路模块的计数范围N ( $M < N$ )



置零法  
当记到M-1时，返回到0

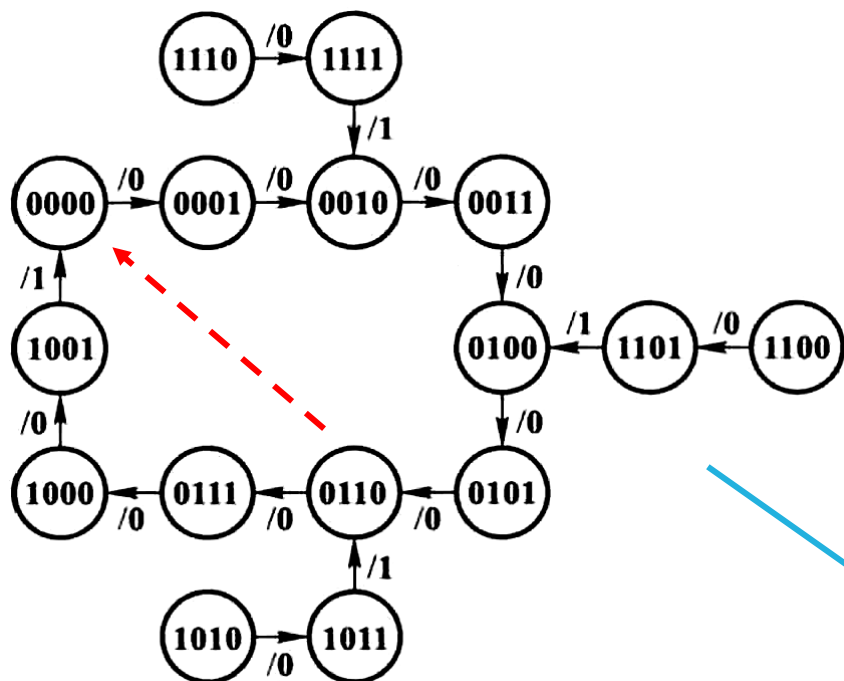


置数法  
当记到i时，直接跳到j  
 $j - i = N - M + 1$

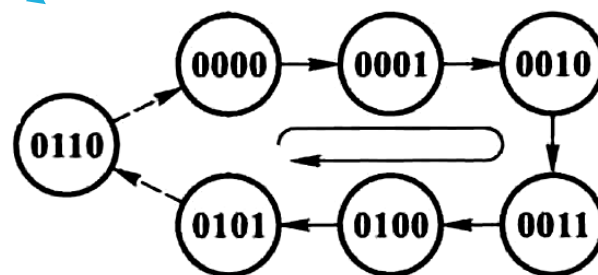
实线：同步置数；虚线：异步置数

# 十进制计数器实现计6计数器

## ○使用74160，使用异步归零



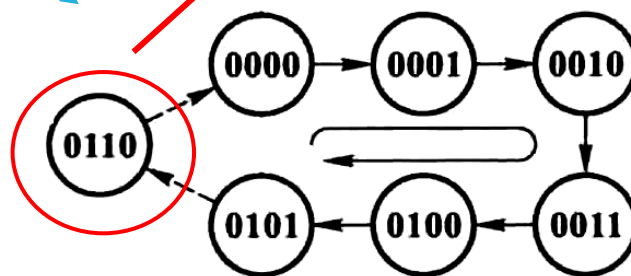
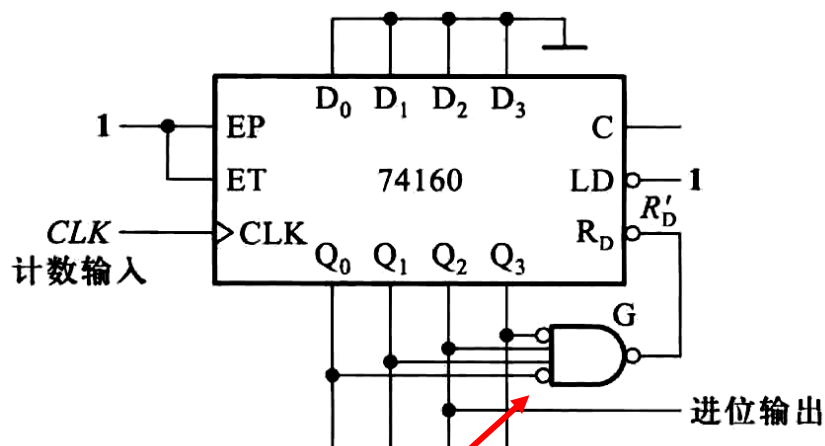
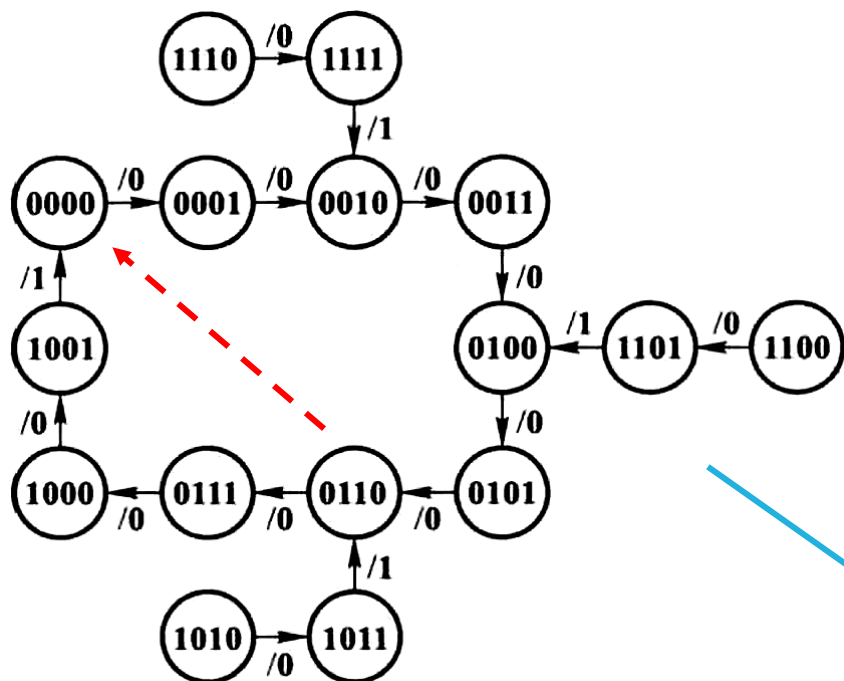
当计数器计到6时，立即将计数器归零（异步）。所以，6为瞬时状态。





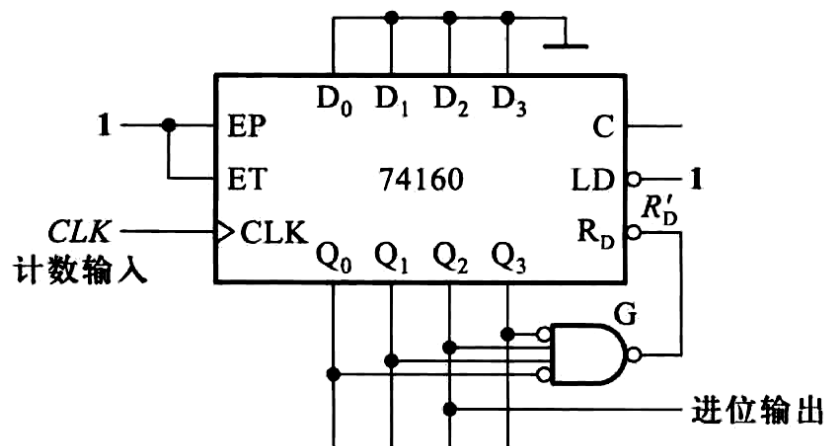
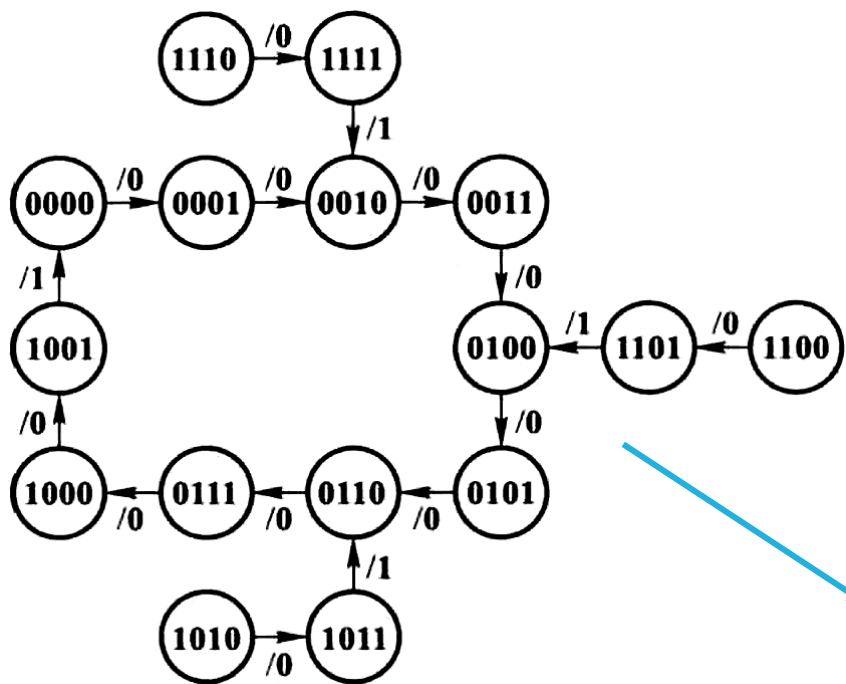
# 十进制计数器实现计6计数器

## ○使用74160，使用异步归零

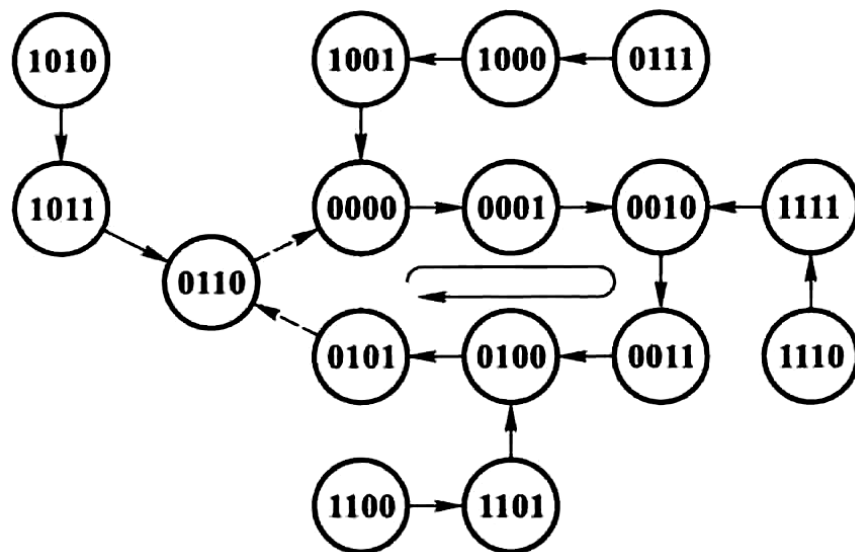


# 十进制计数器实现计6计数器

## 使用74160，使用异步归零

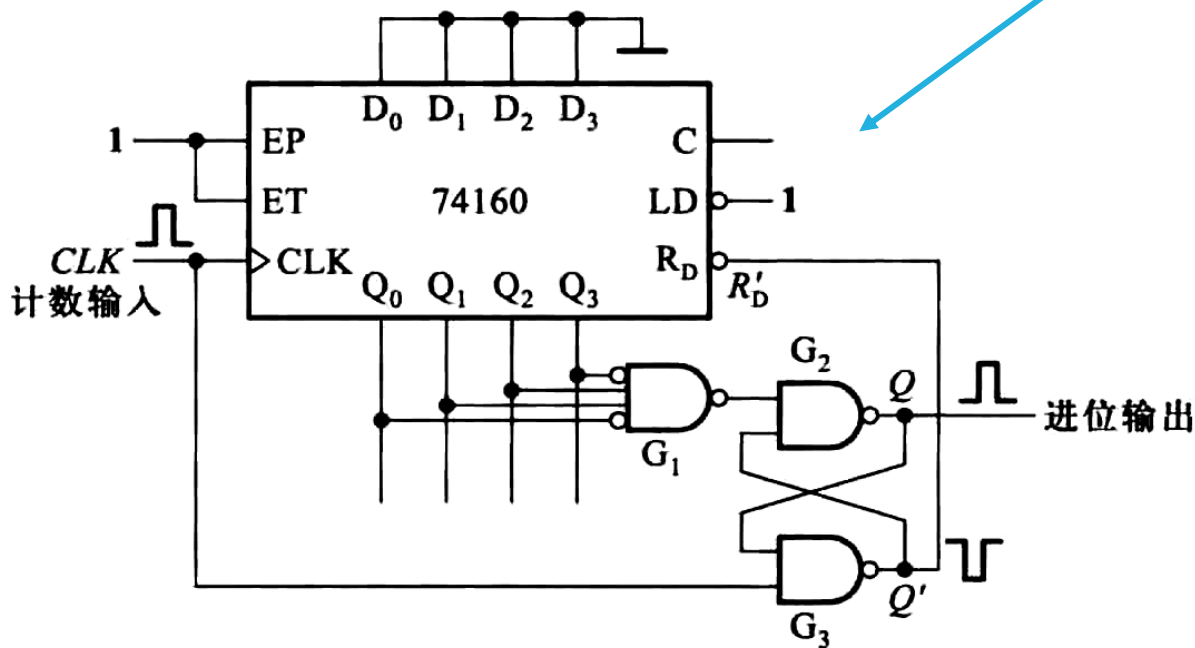
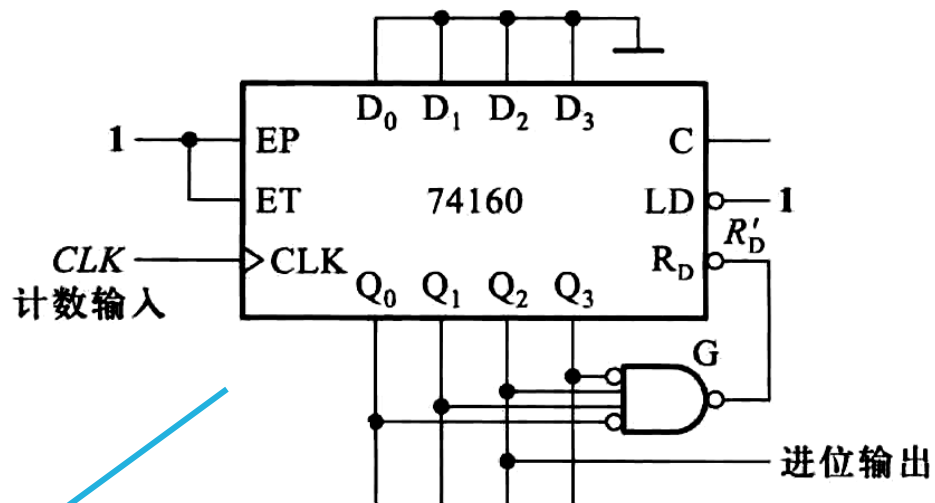


进位输出持续>2个时钟周期；  
归零复位信号为一个短脉冲，不稳定。



# 十进制计数器实现计6计数器

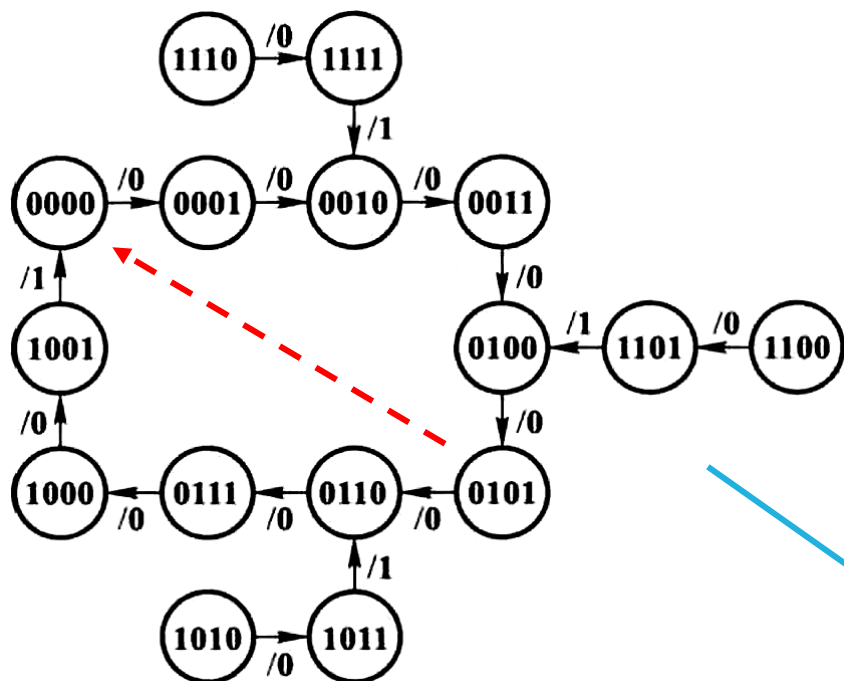
○使用74160，使用异步归零



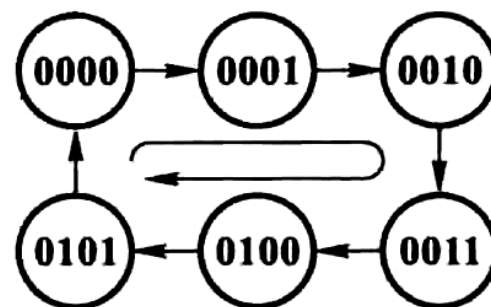
推导波形?

# 十进制计数器实现计6计数器

## ○使用74160，使用同步置数（置0）

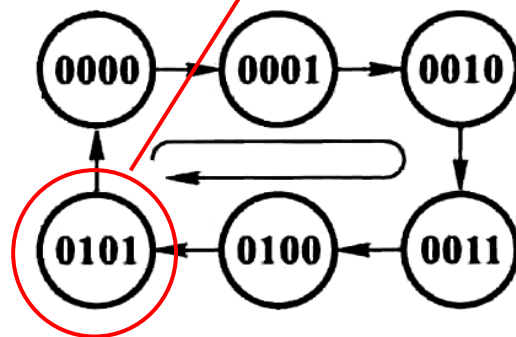
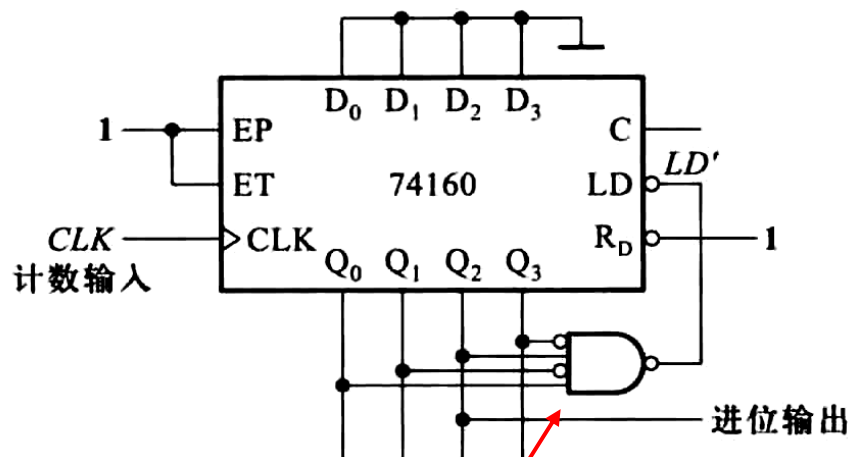
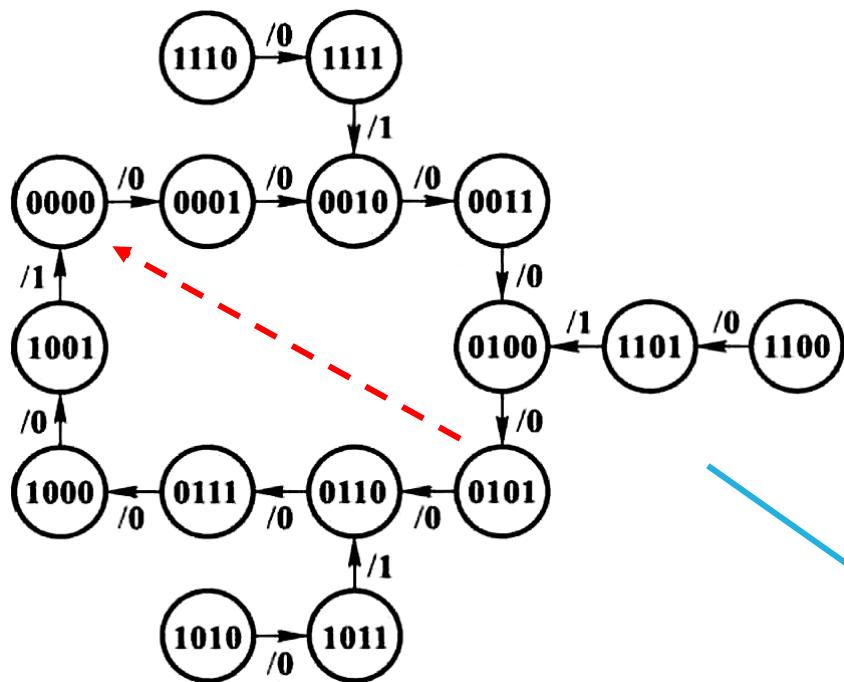


当计数器计到5时，使用同步置数端将下一个周期的状态置为0。



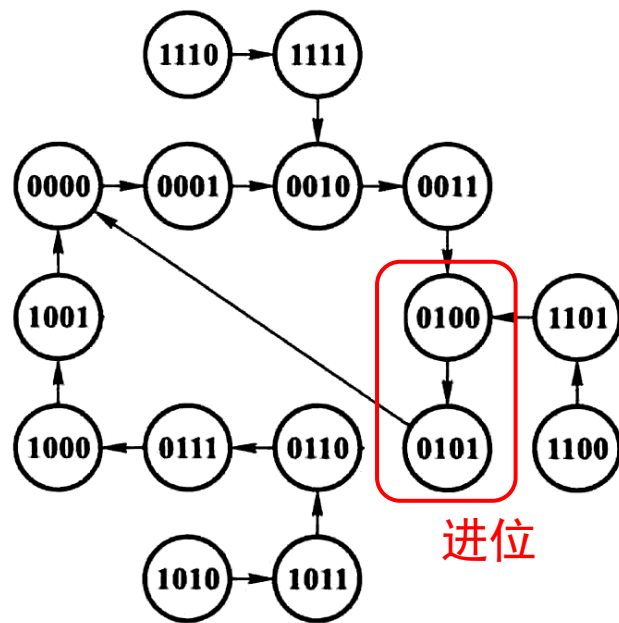
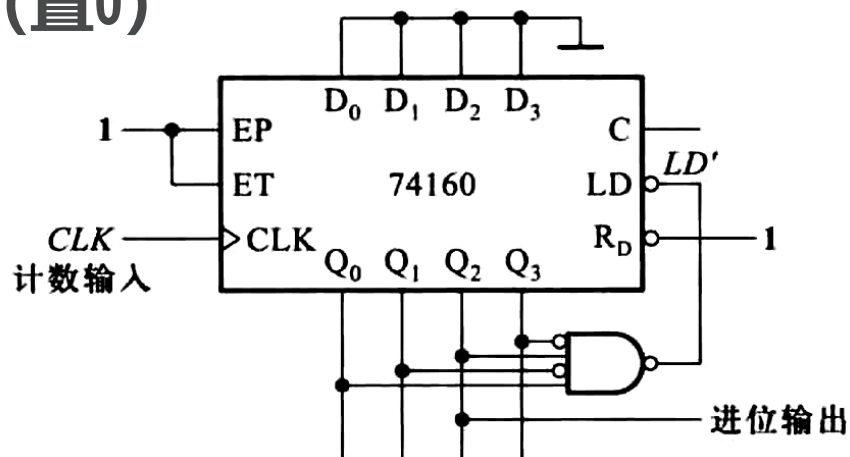
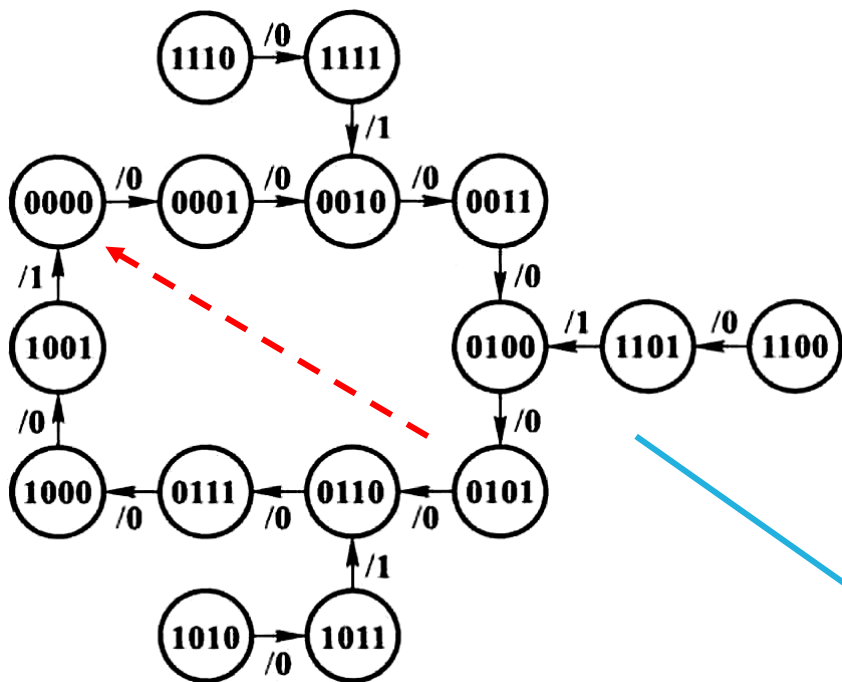
# 十进制计数器实现计6计数器

○使用74160，使用同步置数（置0）



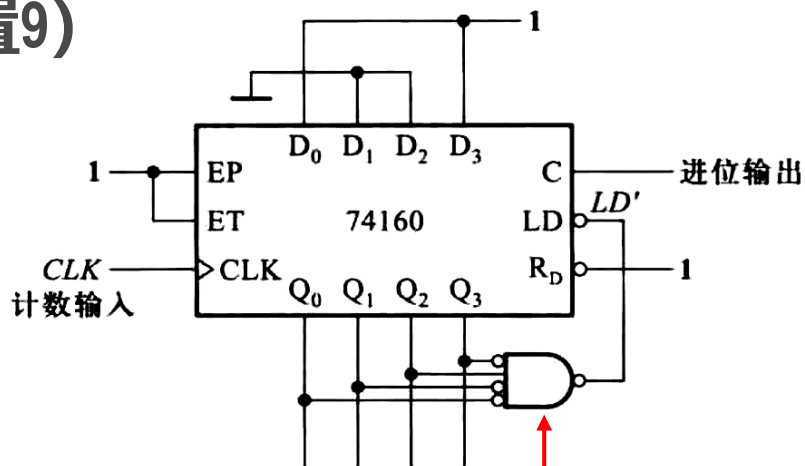
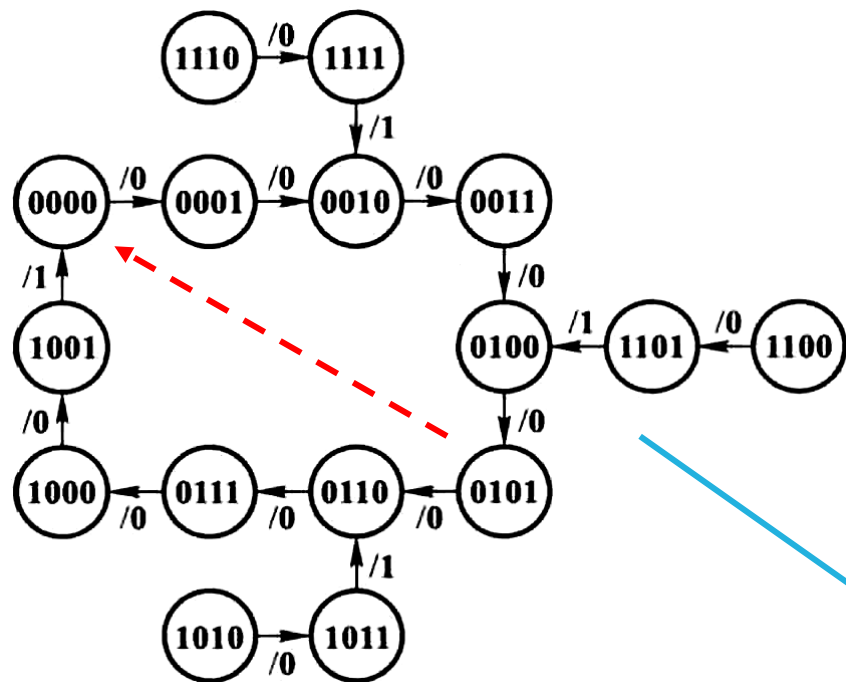
# 十进制计数器实现计6计数器

○使用74160，使用同步置数（置0）

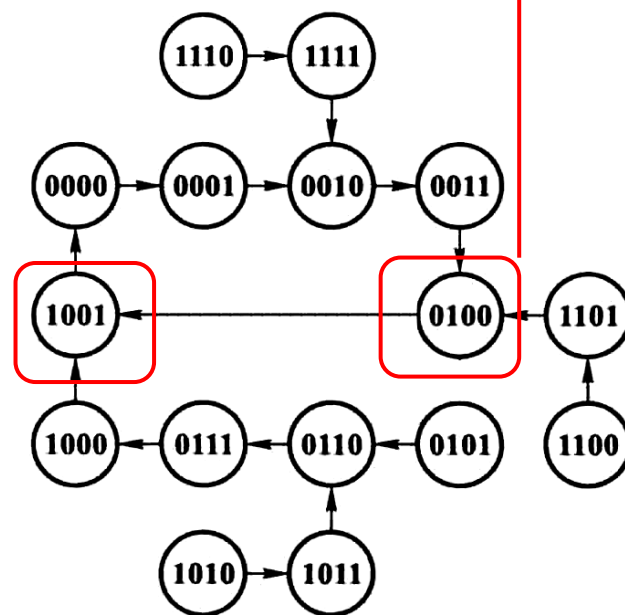


# 十进制计数器实现计6计数器

## 使用74160，使用同步置数（4置9）



复用原有进位

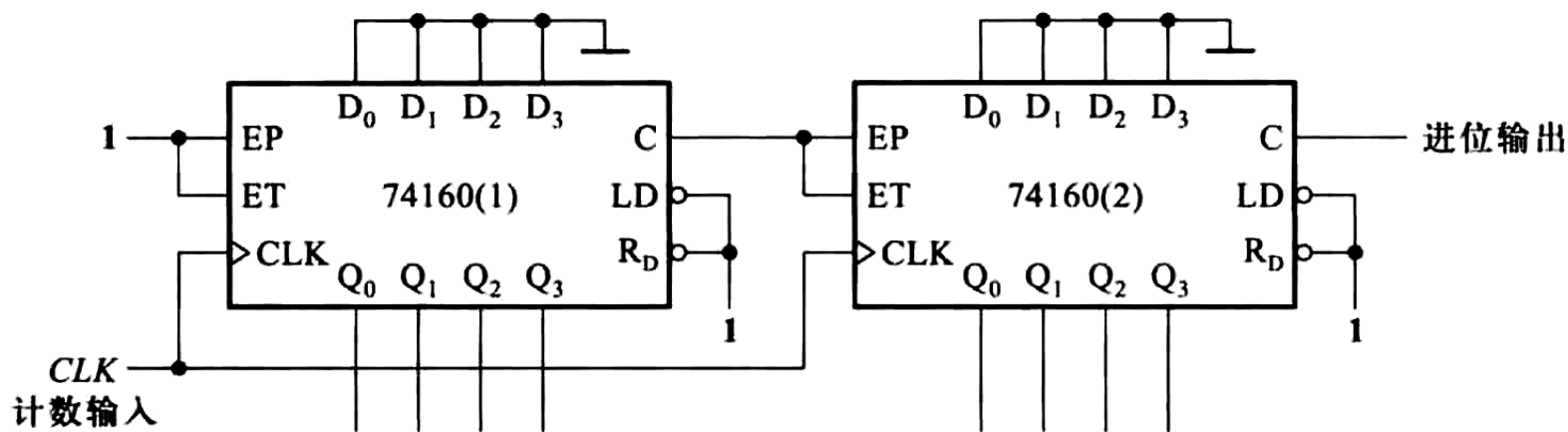


# 任意数制计数器 ( $M > N$ )

○ 利用现有集成电路模块构成M进制计数器，M大于电路模块的计数范围N ( $M > N$ )

○ 多片级联

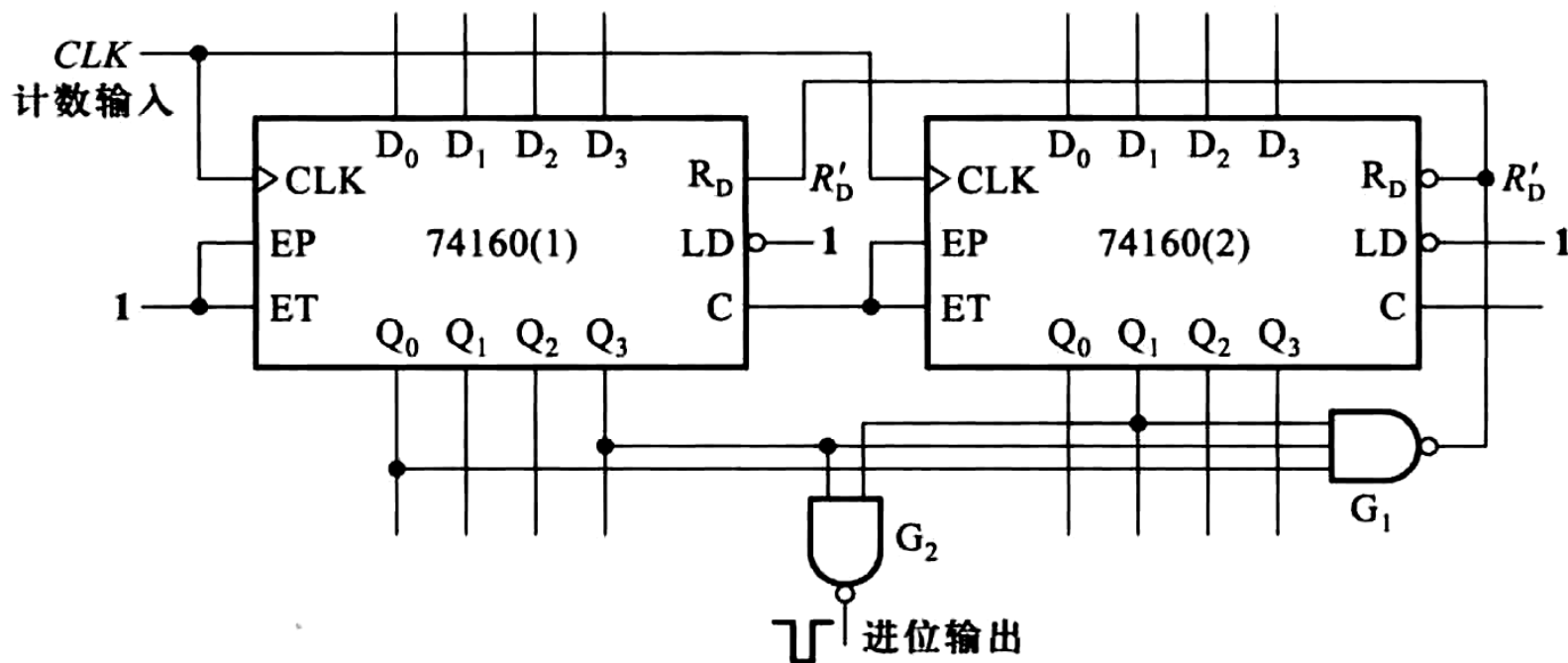
$CLK$	$R'_D$	$LD'$	$EP$	$ET$	工作状态
x	0	x	x	x	置零
↑	1	0	x	x	预置数
x	1	1	0	1	保持
x	1	1	x	0	保持(但 $C=0$ )
↑	1	1	1	1	计数



两片74160组成一个计100计数器

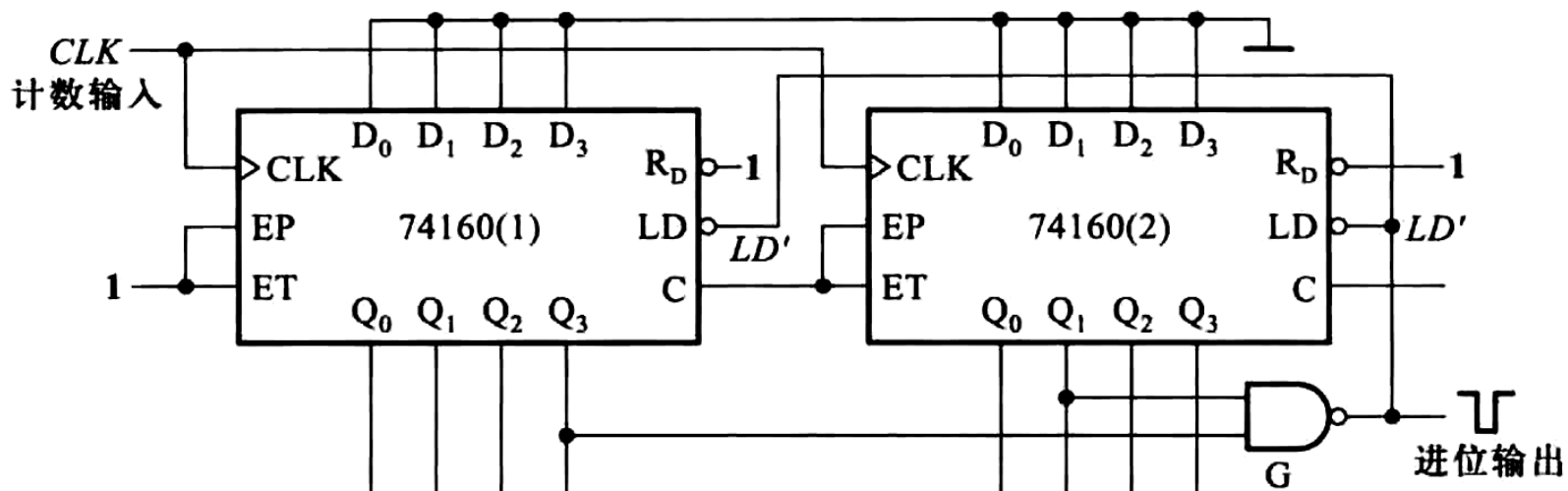


# 计29计数器 (异步归零)



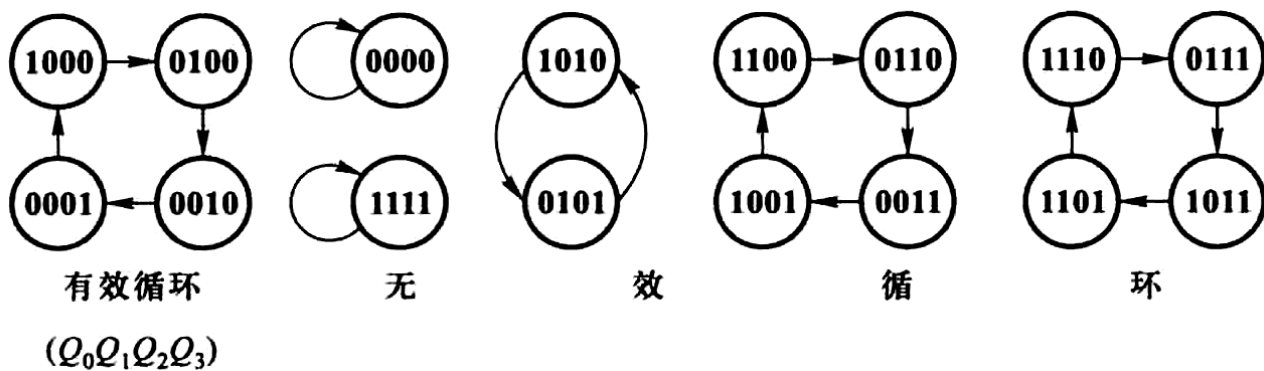
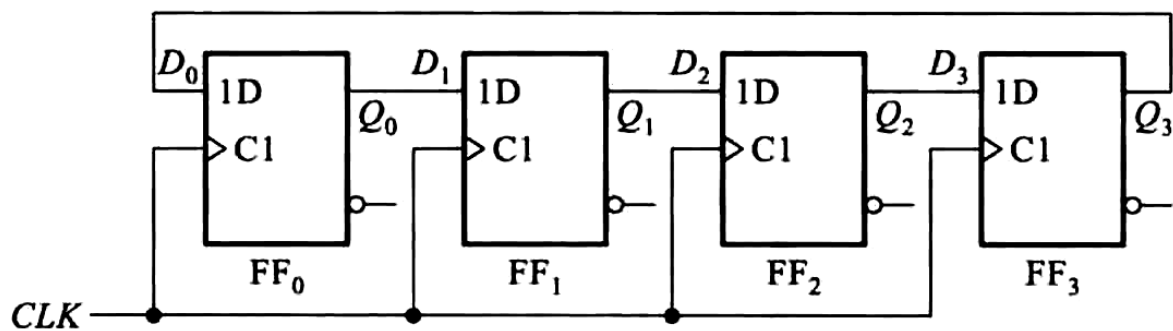
复位（归零）信号由短暂的29输出；  
进位信号（低有效）由28给出。

# 计29计数器 (同步置零)

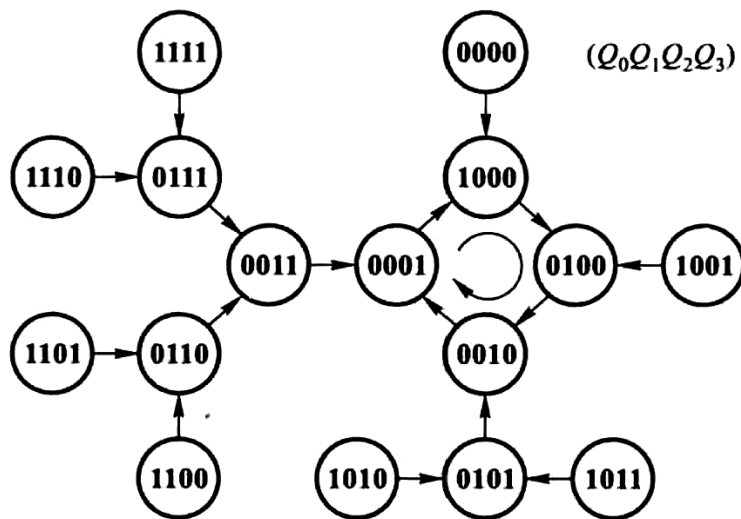
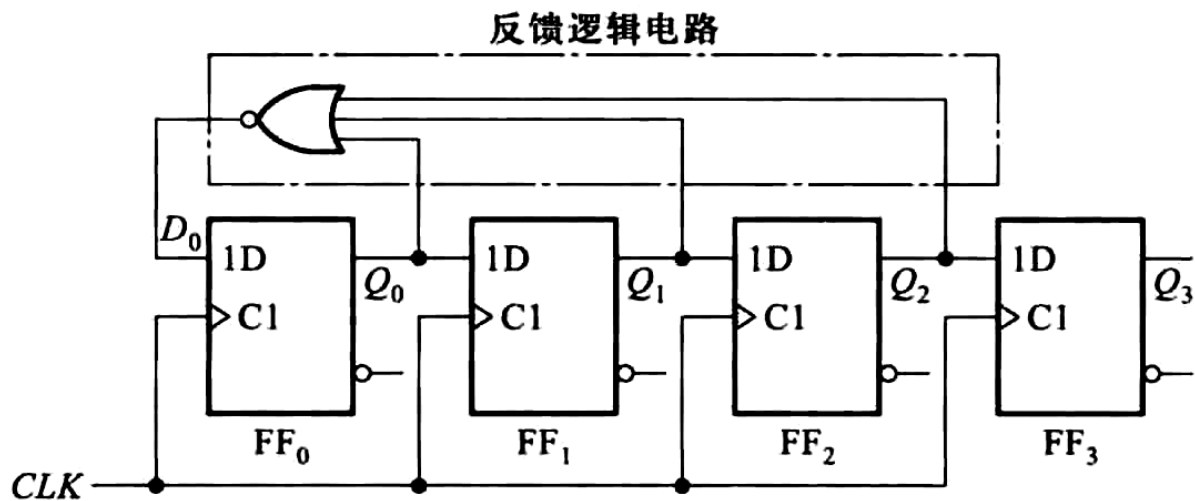


进位信号（低有效）和置零信号同时由28给出。

# 移位寄存器型计数器

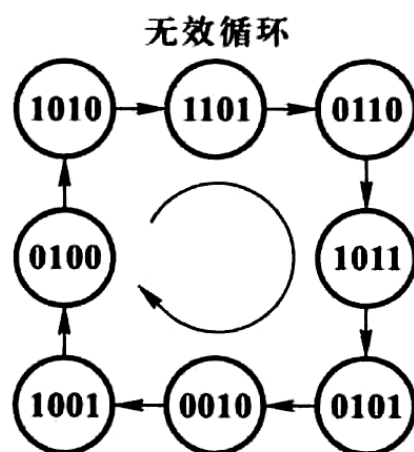
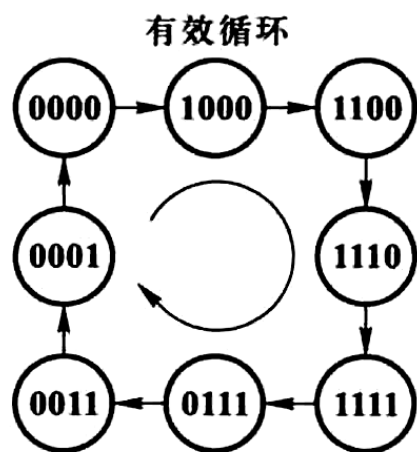
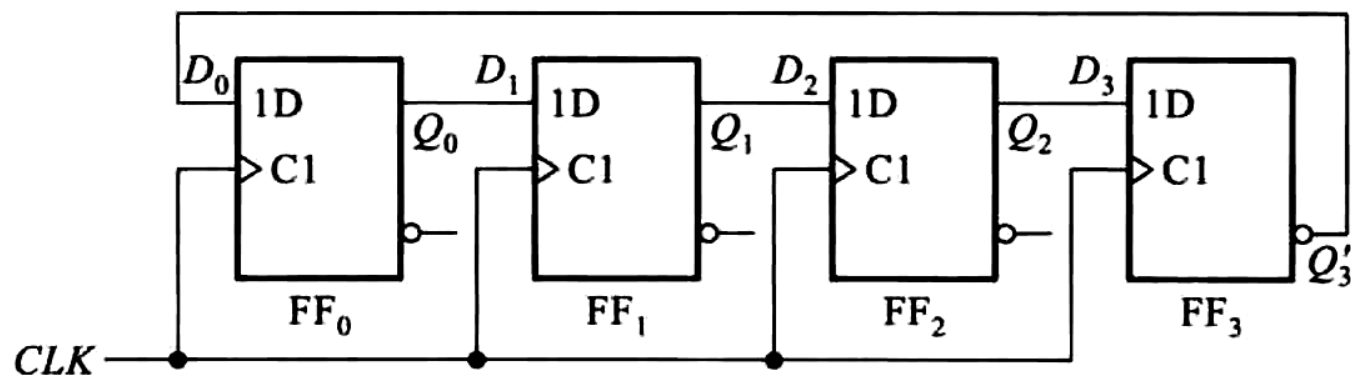


# 移位寄存器型计数器 (自启)

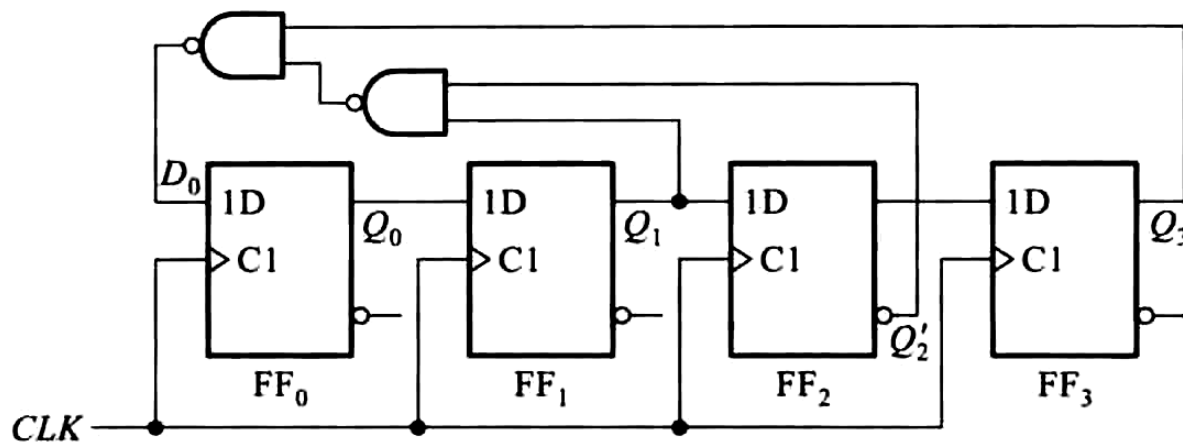


寄存器的  
使用效率  
较低

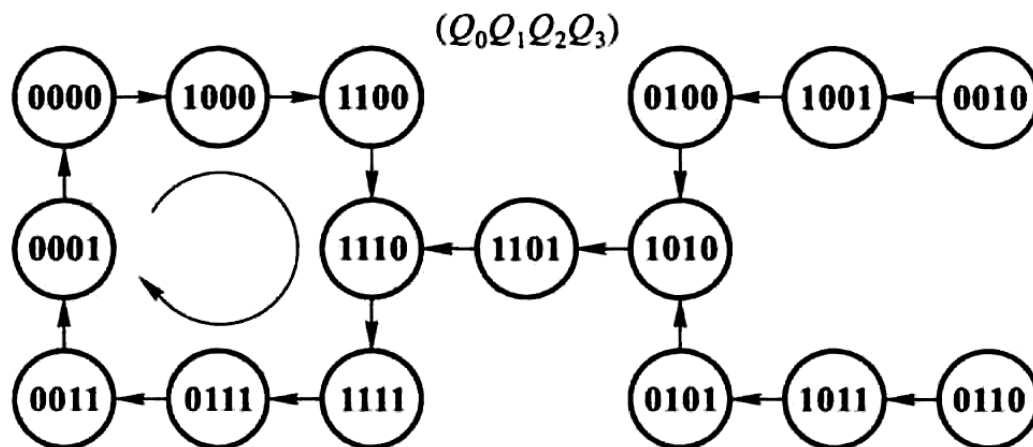
# 扭环型计数器



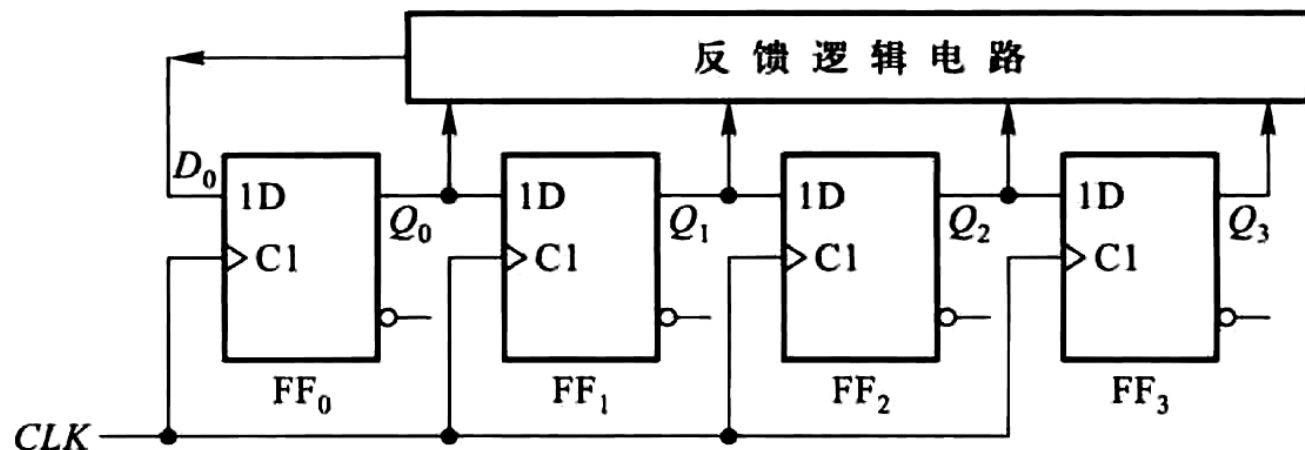
# 扭环型计数器 (自启)



$$D_0 = Q_1 \overline{Q_2} + \overline{Q_3}$$



# 移位寄存器型计数器的一般结构

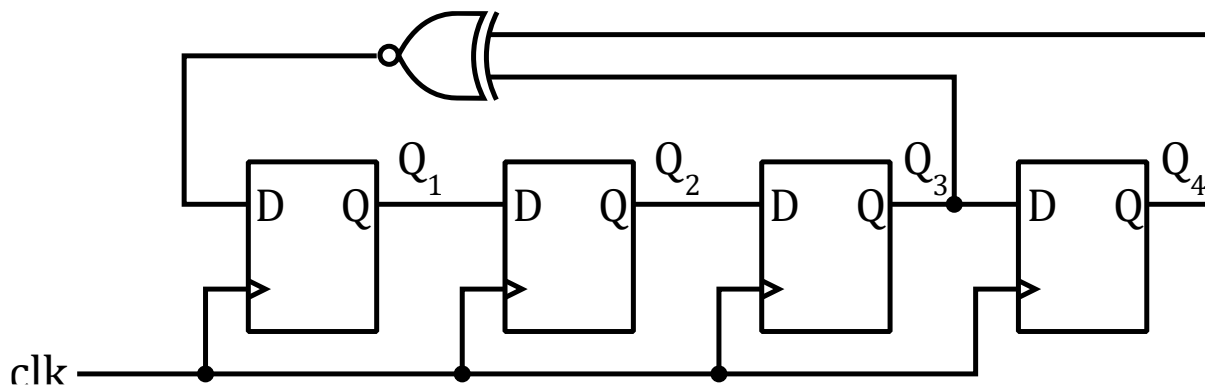


$$D_0 = F(Q_0, Q_1, \dots, Q_{n-1})$$

如何能扩大移位寄存器的使用效率

理论上， $N$ 位寄存器可以在 $2^N$ 个状态中循环（计数器）。

# 4位移位寄存器：伪随机数发生器（同或）



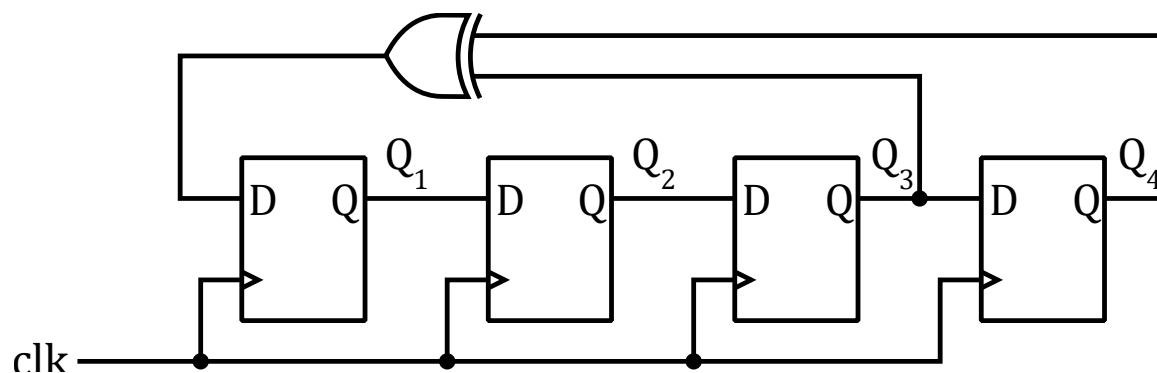
$$D_1 = \overline{Q_3 \oplus Q_4}$$

1	2	3	4	5	6	7	8
0000,	1000,	1100,	1110,	0111,	1011,	1101,	0110
0011,	1001,	0100,	1010,	0101,	0010,	0001,	0000
0	8	12	14	7	11	13	6
3	9	4	10	5	2	1	0

1111为非法状态



# 4位移位寄存器：伪随机数发生器（异或）



$$D_1 = Q_3 \oplus Q_4$$

1	2	3	4	5	6	7	8
0001,	1000,	0100,	0010,	1001,	1100,	0110,	1011
0101,	1010,	1101,	1110,	1111,	0111,	0011,	0001
1	8	4	2	9	12	6	11
5	10	13	14	15	7	3	1

0000为非法状态

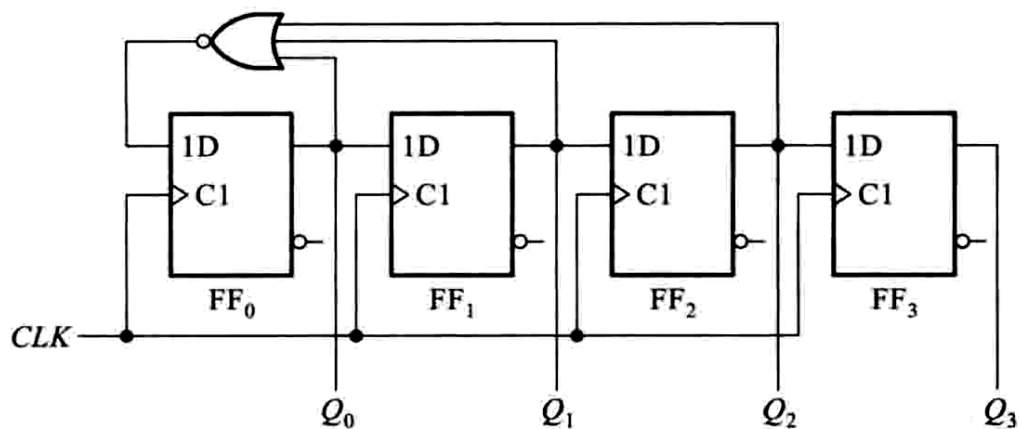
# 伪随机数发生器

- 使用特定的反馈函数，对于N位的移位寄存器，我们总是能生成长度为 $2^N - 1$ 的伪随机数序列。

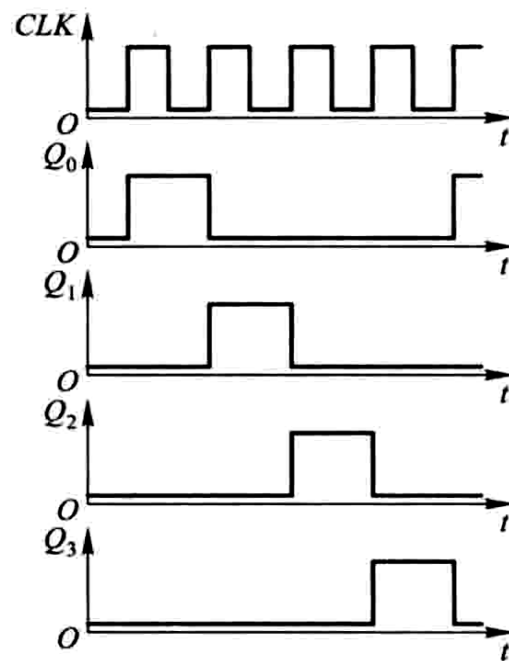
N	F()	N	F()
3	$Q_3 \oplus Q_2$	4	$Q_4 \oplus Q_3$
5	$Q_5 \oplus Q_3$	6	$Q_6 \oplus Q_5$
7	$Q_7 \oplus Q_6$	8	$Q_8 \oplus Q_6 \oplus Q_5 \oplus Q_4$
9	$Q_9 \oplus Q_5$	10	$Q_{10} \oplus Q_7$
11	$Q_{11} \oplus Q_9$	12	$Q_{12} \oplus Q_6 \oplus Q_4 \oplus Q_1$
13	$Q_{13} \oplus Q_4 \oplus Q_3 \oplus Q_1$	14	$Q_{14} \oplus Q_5 \oplus Q_3 \oplus Q_1$
15	$Q_{15} \oplus Q_{14}$	16	$Q_{16} \oplus Q_{15} \oplus Q_{13} \oplus Q_4$

[https://www.xilinx.com/support/documentation/application\\_notes/xapp210.pdf](https://www.xilinx.com/support/documentation/application_notes/xapp210.pdf)

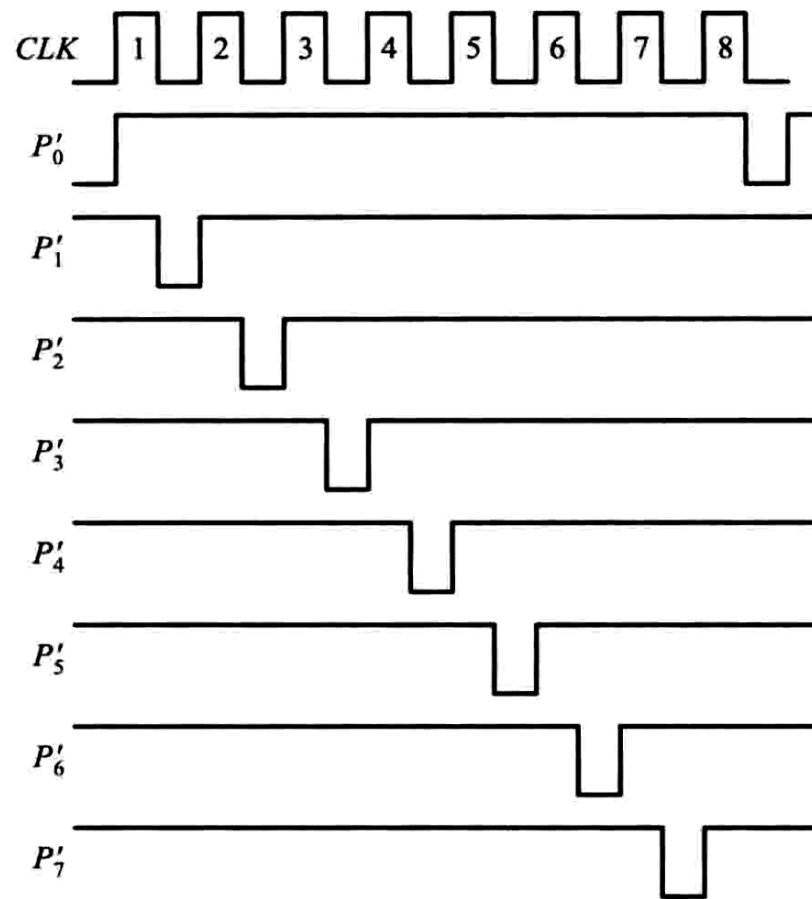
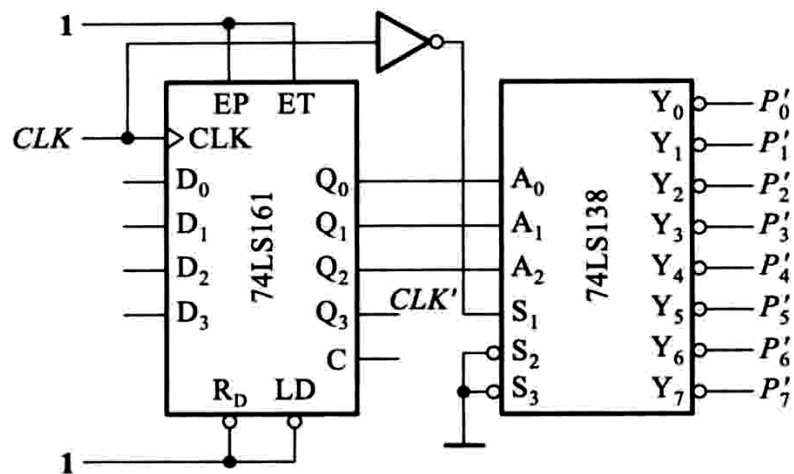
# 顺序脉冲发生器



在N位信号上循环产生独热的脉冲信号



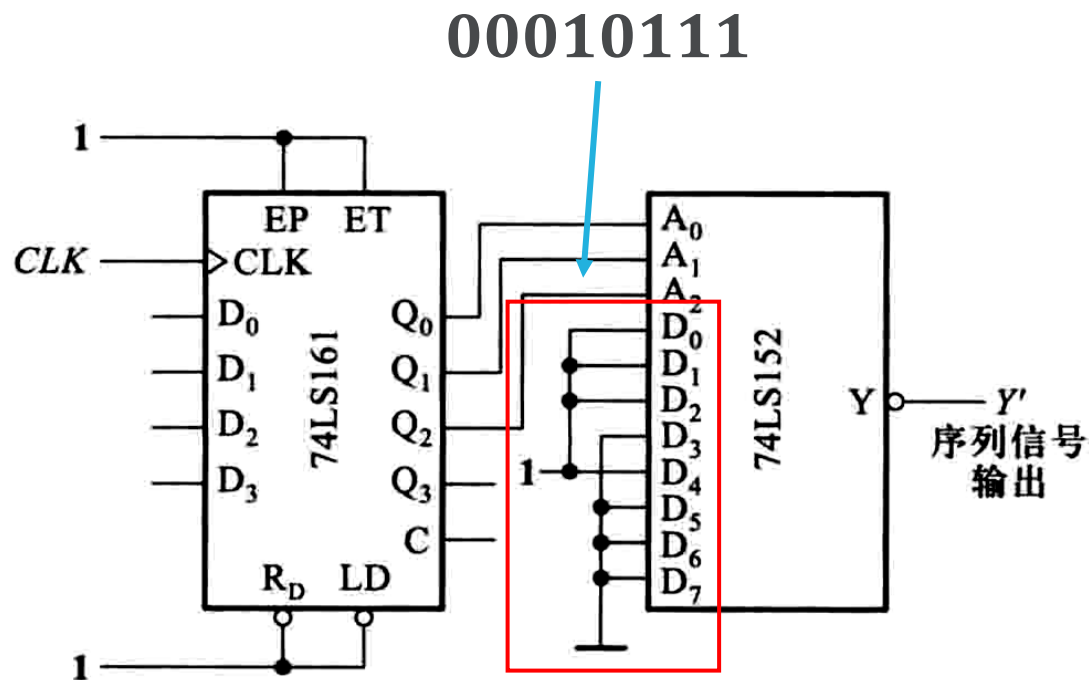
# 顺序脉冲发生器（使用集成电路模块）



前端的74LS161被配置成自由计数器，计数的结果作为地址给74LS138译码器作为选择端选通一路输出。

# 序列信号发生器 (使用集成电路模块)

- 周期性的输出一个预先设定的信号序列



74LS152: 8路选择器。74LS161产生循环计数序列驱动选择器循环选通  $D_7$  至  $D_0$ 。所以, 将  $D_7$  至  $D_0$  连接成需要的信号序列。

# 序列信号发生器

- 周期性的输出一个预先设定的信号序列

00010111

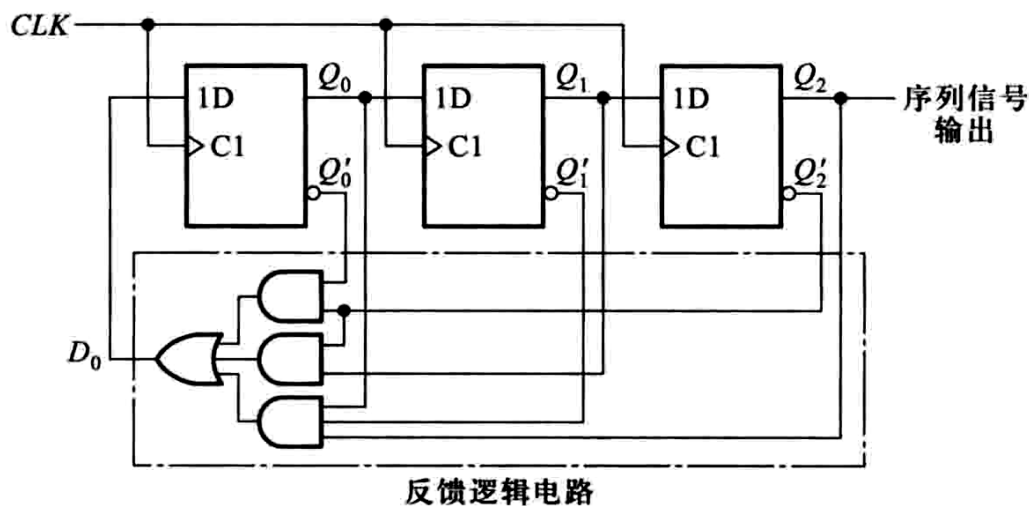
$$D_0 = F(Q_2, Q_1, Q_0)$$

101 → 011

$$D_0 = 1$$

$Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	1	0	0

$$D_0 = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_2} + Q_1 \overline{Q_2} + Q_0 \overline{Q_1} Q_2$$



# 常见时序逻辑总结

- 移位寄存器
- 计数器
  - 二进制/16进制
  - 十进制
  - 任意进制  $M < N$
  - 任意进制  $M > N$
- 移位计数器
  - 伪随机数发生器
- 顺序脉冲发生器
- 序列信号发生器

这里讲的所有常见时序逻辑设计都是**同步逻辑**：所有触发器由同一个时钟信号驱动的电

## ○异步时序逻辑电路

- 异步时序逻辑电路的含义其实是有歧义的
- 所有非同步逻辑电路都曾被称为异步电路

## ○教材中的异步逻辑电路：**一个电路中，触发器不使用同一个时钟。**

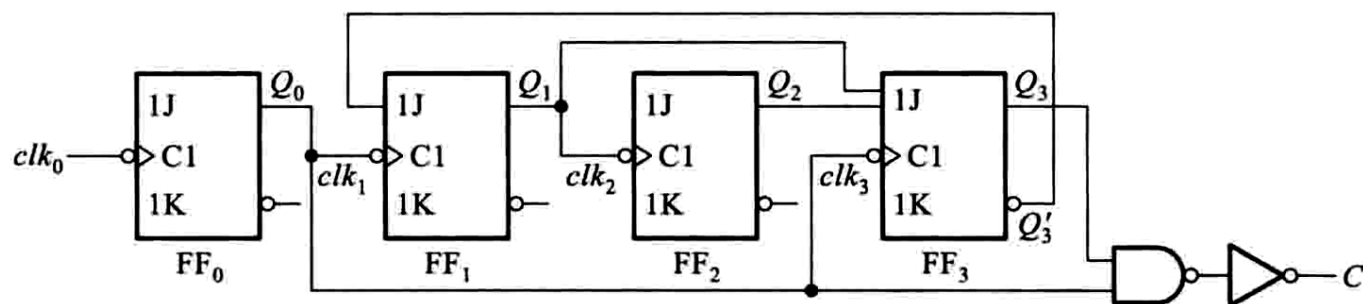
- 非常狭义，仅仅是同步逻辑电路的一种违反常规的变种

## ○真实世界中可能被使用的异步电路

- 完全不使用时钟
- 使用基本的RS锁存器或者D-Latch为状态存储单元
- 以事件为驱动的电网络
- 常见电路形式：  
delay-insensitive (DI), speed-independent (SI)  
bundled data, self-timed



# 异步时序逻辑电路分析示例



$$\begin{cases} J_0 = K_0 = 1 \\ J_1 = Q_3', & K_1 = 1 \\ J_2 = K_2 = 1 \\ J_3 = Q_1 Q_2, & K_3 = 1 \end{cases}$$

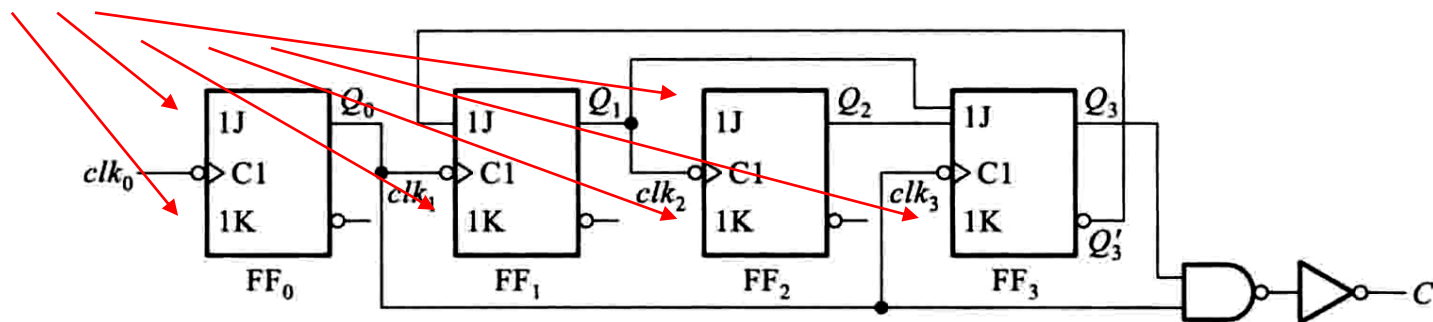
$$\begin{cases} Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\ Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\ Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\ Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3 \end{cases}$$

$$Q^* = JQ' + K'Q$$

$$C = Q_0 Q_3$$

# 异步时序逻辑电路分析示例

这里假设输入不接则为高电平是不对的！在电路设计上这个叫 **driverless input**，综合器会报错，或者接任何逻辑，相当于无关项。



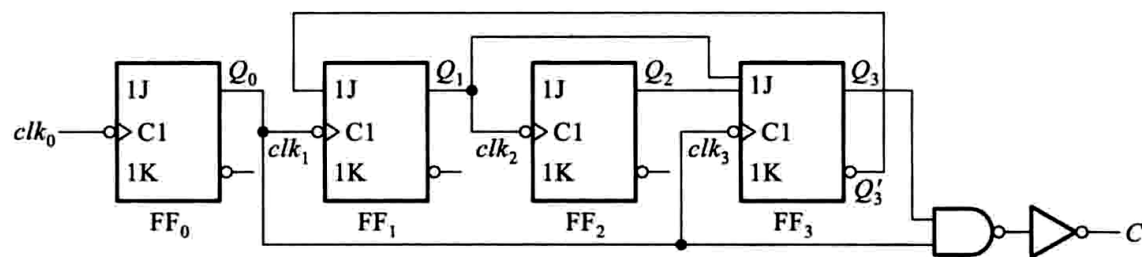
$$\begin{cases} J_0 = K_0 = 1 \\ J_1 = Q'_3, & K_1 = 1 \\ J_2 = K_2 = 1 \\ J_3 = Q_1 Q_2, & K_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_0^* = Q'_0 \cdot clk_0 \\ Q_1^* = Q'_3 Q'_1 \cdot clk_1 \\ Q_2^* = Q'_2 \cdot clk_2 \\ Q_3^* = Q_1 Q_2 Q'_3 \cdot clk_3 \end{cases}$$

$$Q^* = JQ' + K'Q$$

$$C = Q_0 Q_3$$

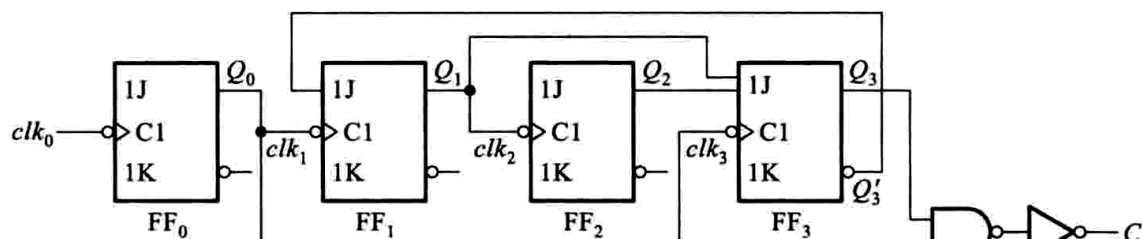
# 异步时序逻辑电路分析示例



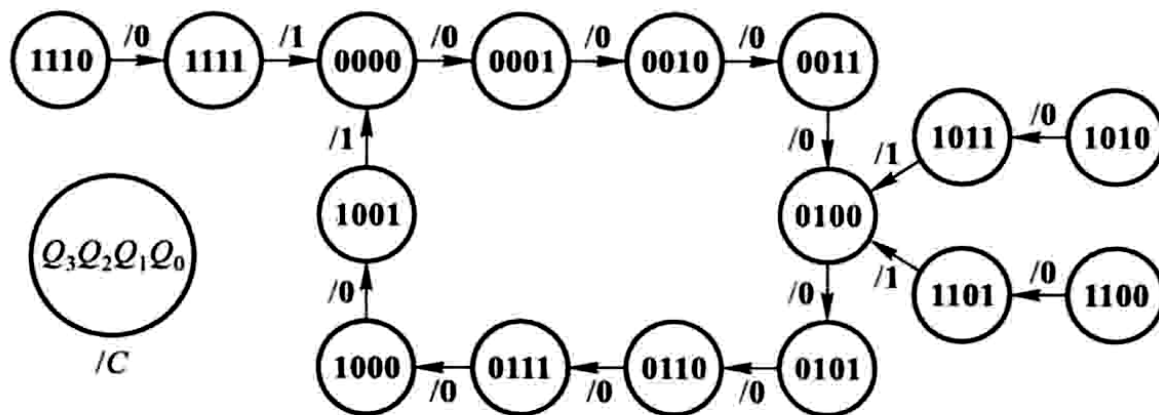
$$\begin{cases}
 Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\
 Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\
 Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\
 Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3
 \end{cases}
 \quad C = Q_0 Q_3$$

clk <sub>0</sub> 的 顺序	触发器状态				时钟信号				输出 C
	Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	clk <sub>3</sub>	clk <sub>2</sub>	clk <sub>1</sub>	clk <sub>0</sub>	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1	0	1	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1	1	1	0
5	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	1	1	0	1	0	1	1	0
7	0	1	1	1	0	0	0	1	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	1	0	1	1	0

# 异步时序逻辑电路分析示例

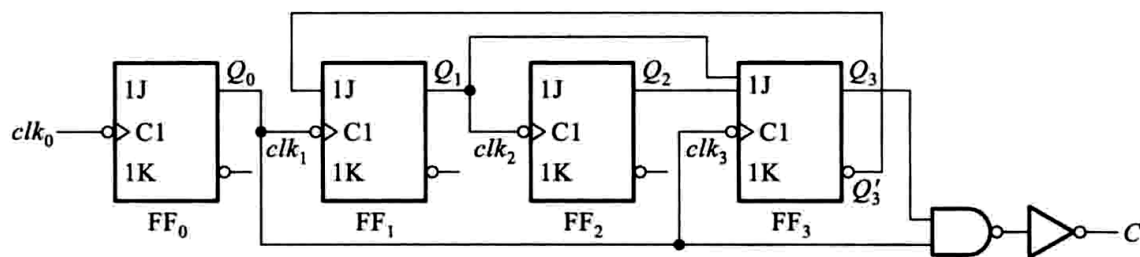


$$\begin{cases}
 Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\
 Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\
 Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\
 Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3
 \end{cases}
 \quad C = Q_0 Q_3$$



看起来用公式可以仔细并全面地分析该电路，但是，**状态转换图/表**其实只是对电路的一个仿真，**本质和波形并无二样**。之所以状态转移图能够完备地表达出所有地状态转换，那只是因为**该电路的时钟逻辑并没有导致状态转换关系的爆炸**。

# 异步时序逻辑电路分析示例



$$\begin{cases} Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\ Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\ Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\ Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3 \end{cases} \quad C = Q_0 Q_3$$

咱们来分析一下该电路的时钟逻辑（下降沿时钟事件）

$$1 \rightarrow clk_0$$

$$Q_0 clk_0 \rightarrow clk_1, clk_3$$

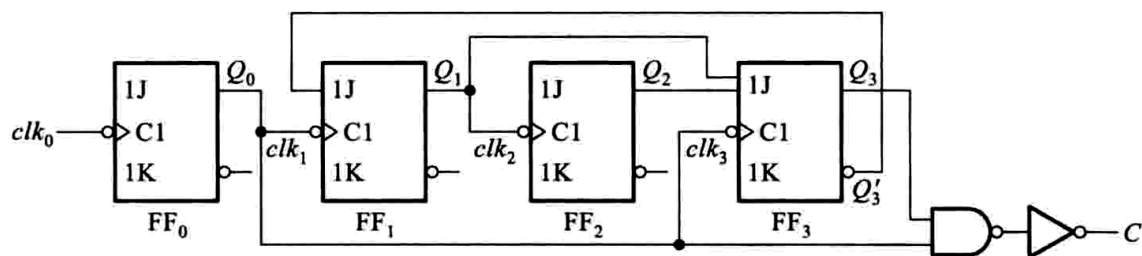
$$Q_1 \overline{Q_1^*} clk_1 = Q_1 clk_1 \rightarrow clk_2$$

我们用  $Q^t$  代表在  $t(clk_0)$  时刻  $Q$  的值

$$Q_2^t = \overline{Q_2^{t-1}} clk_2 = \overline{Q_2^{t-1}} Q_1^{t-2} clk_1 = \overline{Q_2^{t-1}} Q_1^{t-2} Q_0^{t-3} clk_0$$

$$xxx1 \rightarrow xx1x \rightarrow x0xx \rightarrow x1xx$$

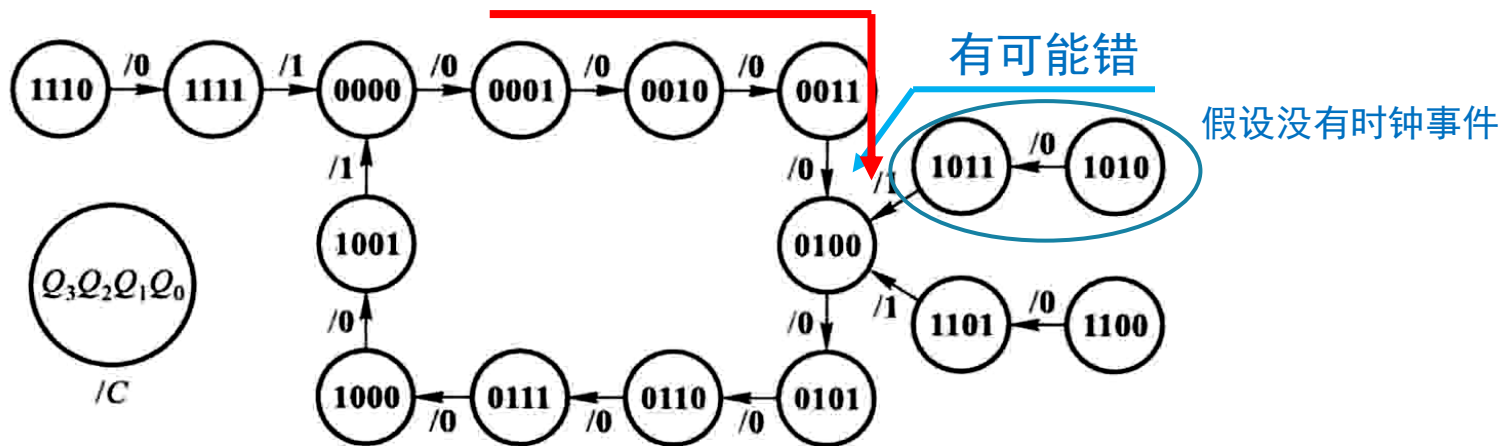
# 异步时序逻辑电路分析示例



$$\begin{cases}
 Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\
 Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\
 Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\
 Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3
 \end{cases}
 \quad C = Q_0 Q_3$$

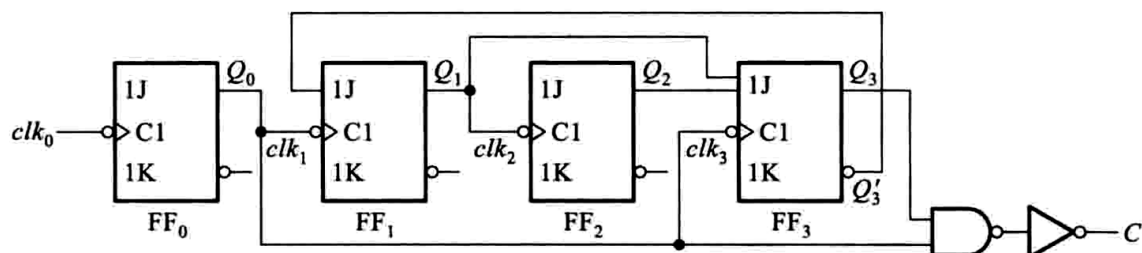
$xxx1 \rightarrow xx1x \rightarrow x0xx \rightarrow x1xx$

对



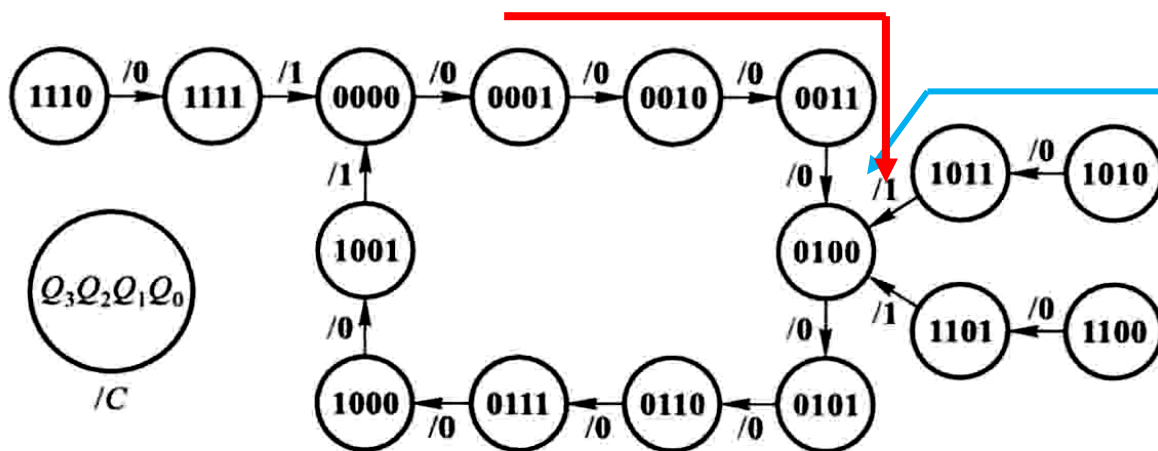
一个状态的到达，是由前面多个时刻的状态决定，而非同步时序逻辑中的上一时刻。

# 异步时序逻辑电路分析示例

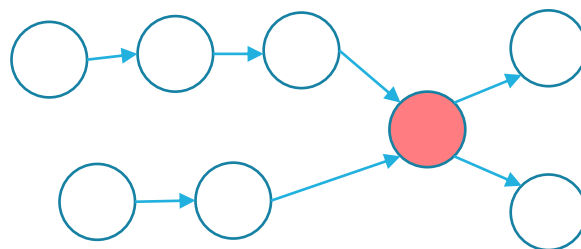


$$\begin{cases}
 Q_0^* = Q_0' \cdot clk_0 \\
 Q_1^* = Q_3' Q_1' \cdot clk_1 \\
 Q_2^* = Q_2' \cdot clk_2 \\
 Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' \cdot clk_3
 \end{cases}
 \quad C = Q_0 Q_3$$

$xxx1 \rightarrow 0x1x \rightarrow x0xx \rightarrow x1xx$



更糟糕的问题，由于一个状态可能由多个路径到达，根据到达的路径不同，该状态的下一状态可能出现分叉。



# 异步时序逻辑电路分析总结(附加)

## ○异步时序逻辑电路的分析

- 驱动方程可以帮助分析状态的转换
- 状态转换图/表只是在某一种初始条件下对系统的仿真
- 状态很可能取决于当前时刻之前的历史路径而非上一时刻的状态
- 状态转换图在穷举的情况下可能出现分叉，分叉的原因是到达同一状态的历史路径不同
- 异步电路实际是事件驱动电路 (event driven)

## ○反观同步时序逻辑电路

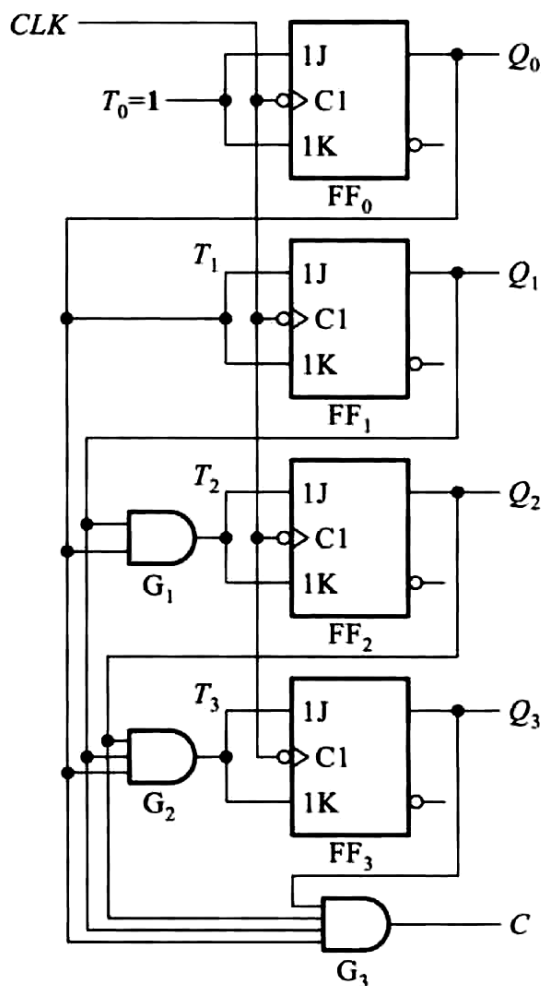
- 正是由于所有的触发器由同一个时钟驱动，所有的状态都由上一个时刻的状态完全确定，并不需要考虑历史路径

$$Q^* = f(Q)clk$$

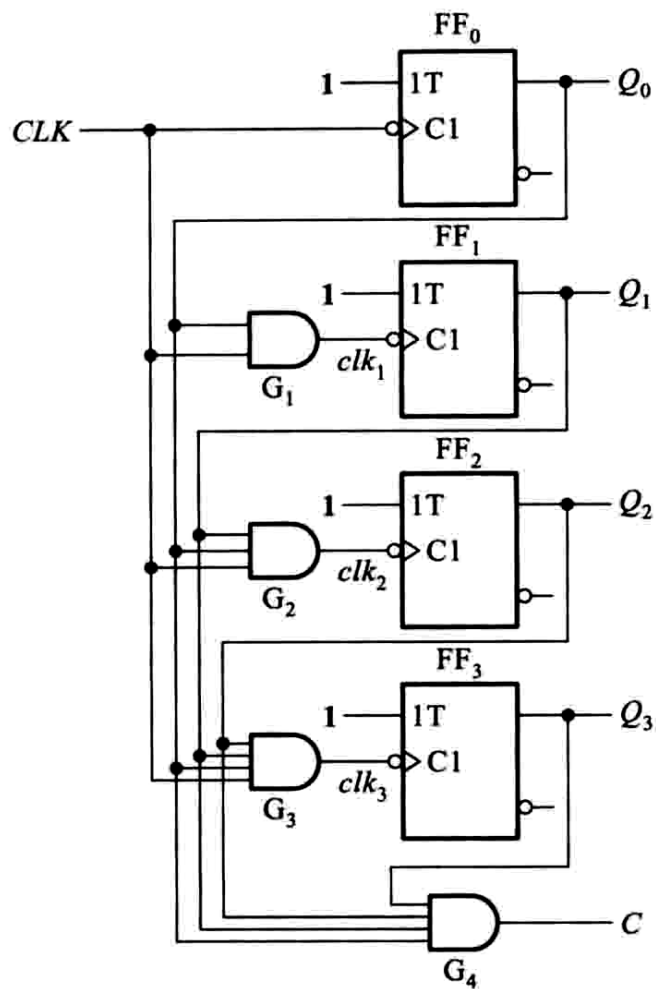


# (常用) 异步时序逻辑电路—计数器

## 同步

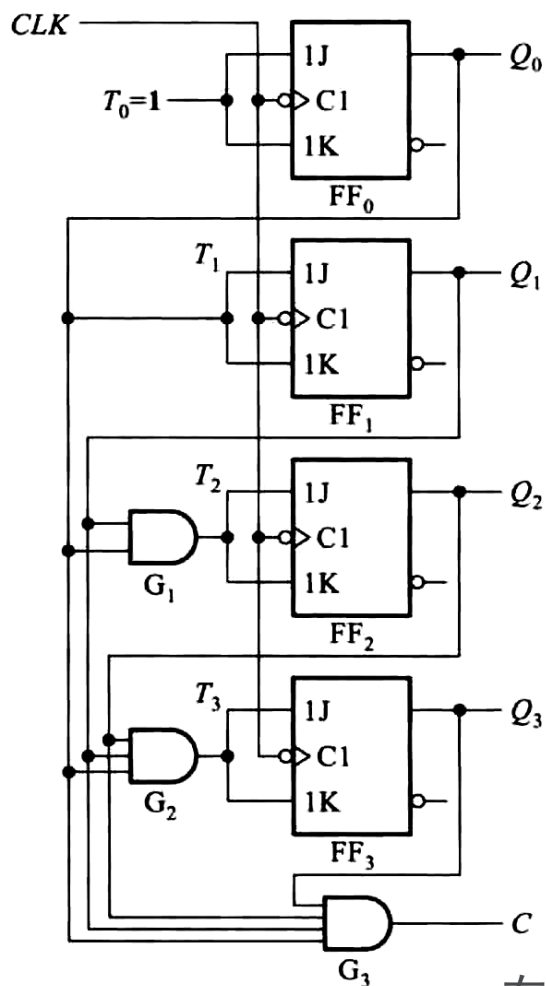


## 异步

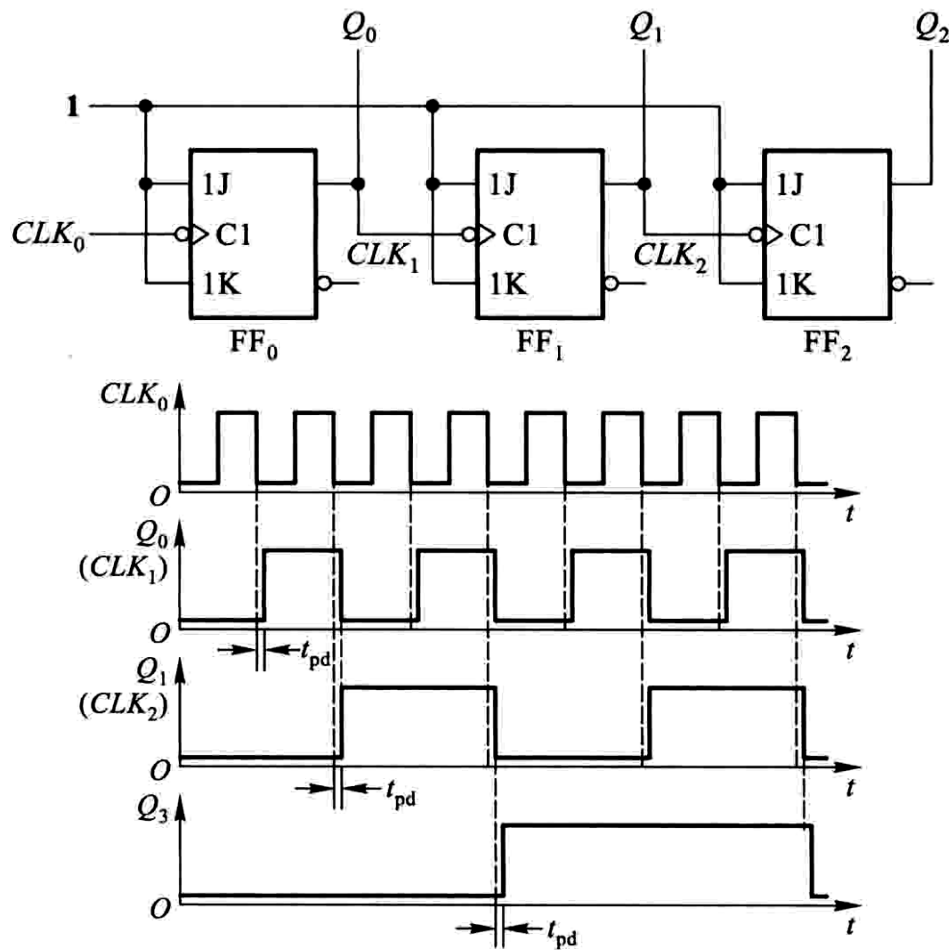


# (常用) 异步时序逻辑电路—计数器 (加法)

## 同步



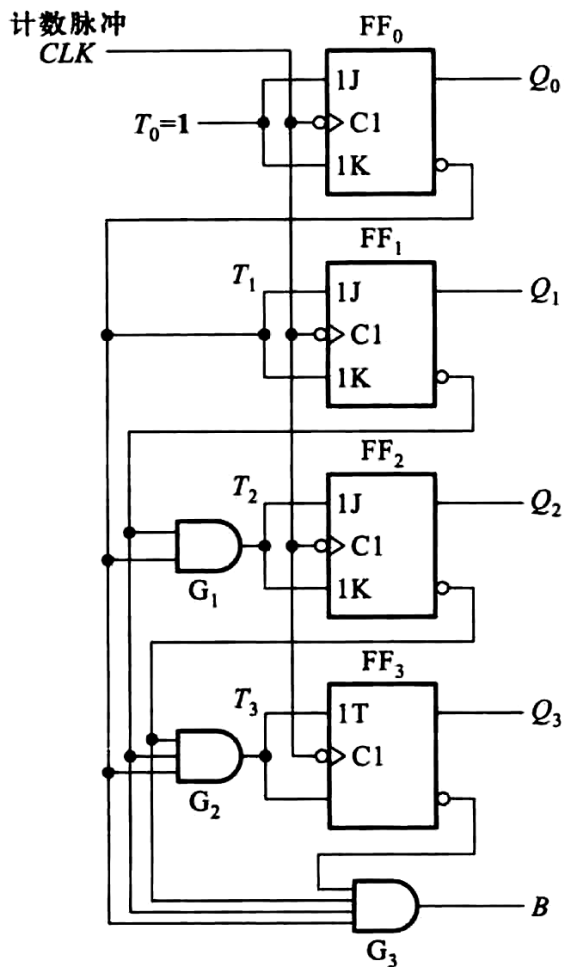
## 异步



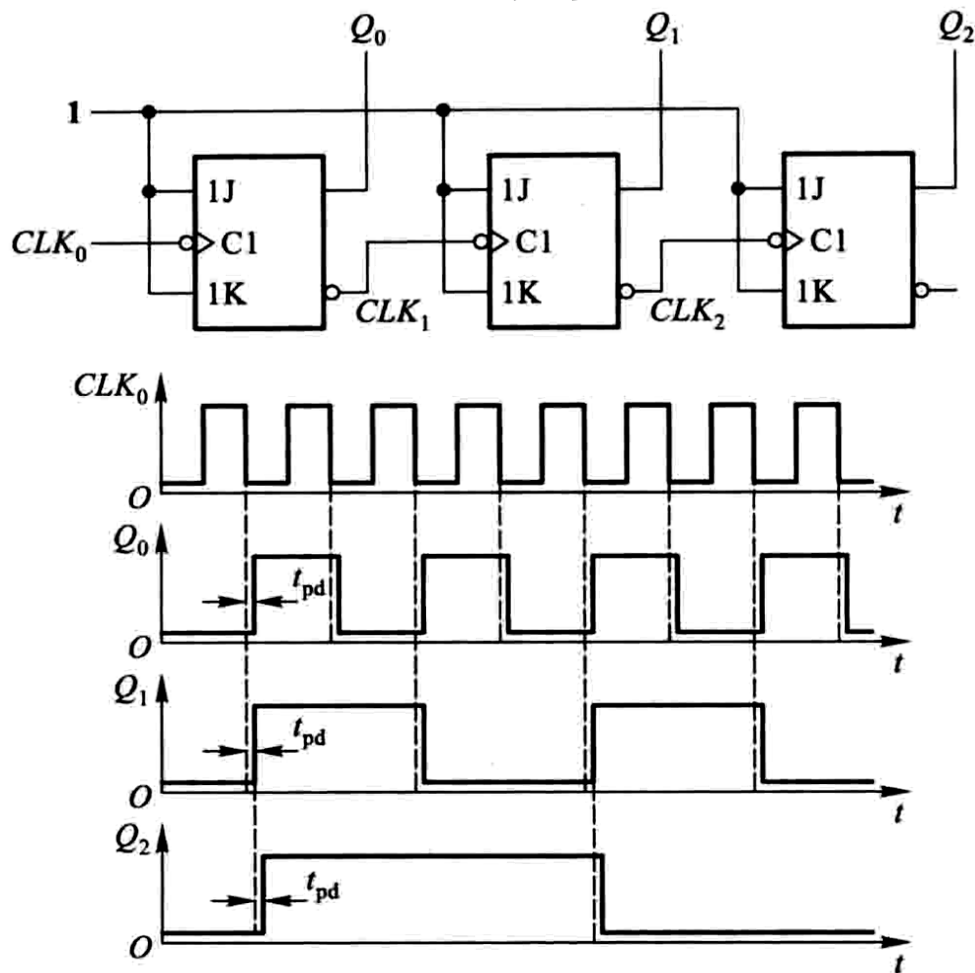
在时钟信号上加组合逻辑的弊病之一：**扩大时钟偏差**

# (常用) 异步时序逻辑电路—计数器 (减法)

## 同步



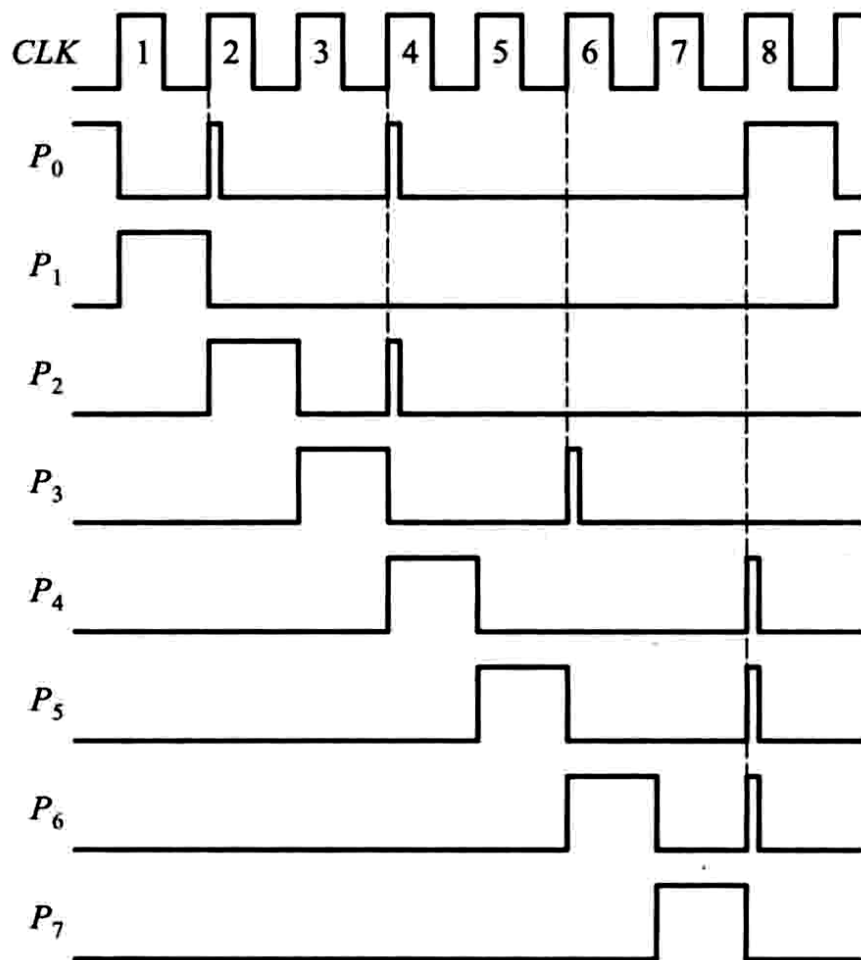
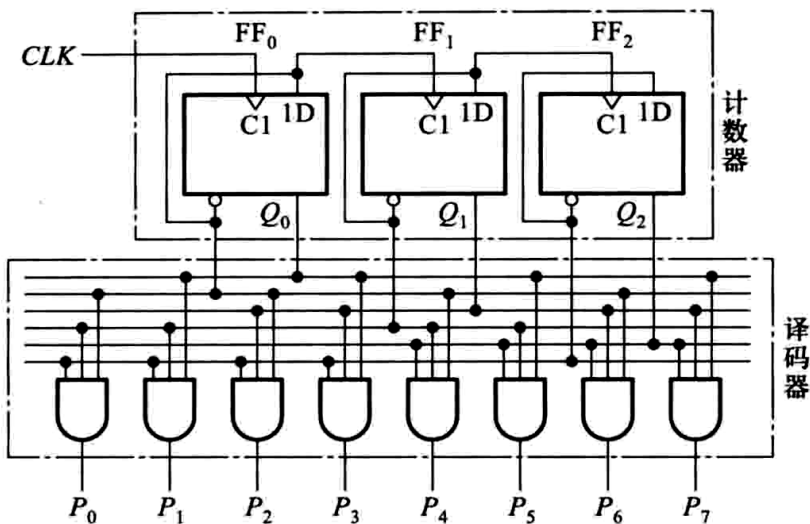
## 异步



在时钟信号上加组合逻辑的弊病之一：**扩大时钟偏差**

# (常用) 异步时序逻辑电路—顺序脉冲发生

## 异步时序逻辑电路的时钟偏差导致了毛刺



当 $m > n$ 时,  $Q_m$ 的变化滞后于 $Q_n$ 。



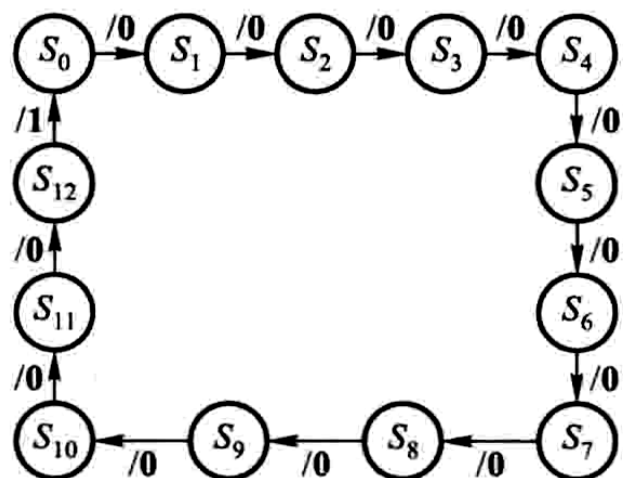
# (常用) 异步时序逻辑电路总结(附加)

- (常用) 异步时序逻辑电路
  - 不需要严格逻辑推导, 能够由现有同步逻辑电路直接推导出的异步逻辑电路形式
  - 仍然使用触发器, 使用前一级触发器的输出驱动下一级触发器
  - 很难严格推导/遍历状态空间
  - 当考虑触发器的传输延时, 异步电路造成了时钟偏差
  - 时钟偏差可能导致毛刺
- 当前大规模集成电路的标准实现方法
  - 规避异步逻辑电路的使用
  - 大部分的功能单元为同步时序逻辑电路
  - 为了功耗原因可能使用多时钟
  - 不同时钟驱动的触发器之间的连接需要跨时钟域特殊处理
  - 特别的电路可能局部使用异步电路设计 (其设计方法和同步逻辑电路的设计方法区别巨大! )

# 同步时序逻辑电路的设计方法

- 分析问题，得到问题的状态转换图/表
- 状态化简
  - 如果两个状态在相同的输入下有相同的输出，则可以被合并为同一个状态
- 状态分配
  - 对所有状态进行编码
  - 二进制编码
    - 使用n位编码编码m个不同状态： $2^{n-1} < M \leq 2^n$
  - 独热编码
    - 使用m位编码编码m个不同状态
- 选定触发器类型，确定系统方程
- 电路实现
- 检查电路是否可以自启

# 时序逻辑电路设计：13计数器



○使用二进制编码，需要4个编码比特： $2^3 < 13 < 2^4$

$q_3q_2$ \ $q_1q_0$	00	01	11	10
00	0001/0	0010/0	0100/0	0011/0
01	0101/0	0110/0	1000/0	0111/0
11	0000/1	××××/×	××××/×	××××/×
10	1001/0	1010/0	1100/0	1011/0



# 时序逻辑电路设计：13计数器

- 拆分总体卡诺图，得到每一个状态位的卡诺图，并化简卡诺图，得到每一个状态位的状态方程

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	0
	11	0	×	×	×
	10	1	1	1	1

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00	0001/0	0010/0	0100/0	0011/0
	01	0101/0	0110/0	1000/0	0111/0
	11	0000/1	××××/×	××××/×	××××/×
	10	1001/0	1010/0	1100/0	1011/0



$$Q_3^* = Q_2Q_1Q_0 + Q_3\overline{Q_2}$$

# 时序逻辑电路设计：13计数器

- 拆分总体卡诺图，得到每一个状态位的卡诺图，并化简卡诺图，得到每一个状态位的状态方程

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00	0	0	1	0
	01	1	1	0	1
	11	0	×	×	×
	10	0	0	1	0

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$Q_3Q_2$	00	0001/0	0010/0	0100/0	0011/0
	01	0101/0	0110/0	1000/0	0111/0
	11	0000/1	××××/×	××××/×	××××/×
	10	1001/0	1010/0	1100/0	1011/0

$$Q_2^* = \overline{Q_2}Q_1Q_0 + \overline{Q_3}Q_2\overline{Q_0} + \overline{Q_3}Q_2\overline{Q_1}$$

$Q_1$ ， $Q_0$ 和 $Y$ 自行推导。

# 时序逻辑电路设计：13计数器

- 从推导出的状态方程，根据选择的触发器(JK)，推导出触发器驱动方程

JK触发器的特性方程：

$$Q^* = J\bar{Q} + \bar{K}Q$$

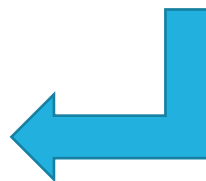
关于Q的ite分解

$Q_0Q_1Q_2Q_3$ 无关项

$$\begin{cases} Q_3^* = Q_3Q_2' + Q_2Q_1Q_0 \\ Q_2^* = Q_3'Q_2Q_1' + Q_3'Q_2Q_0' + Q_2'Q_1Q_0 \\ Q_1^* = Q_1'Q_0 + Q_1Q_0' \\ Q_0^* = Q_3'Q_0' + Q_2'Q_0' \\ C = Q_3Q_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_3^* = Q_3Q_2' + Q_2Q_1Q_0(Q_3 + Q_3') = (Q_2Q_1Q_0)Q_3' + Q_2'Q_3 \\ Q_2^* = (Q_0Q_1)Q_2' + (Q_3'(Q_1Q_0)')Q_2 \\ Q_1^* = Q_0Q_1' + Q_0'Q_1 \\ Q_0^* = (Q_3' + Q_2')Q_0' + 1' \cdot Q_0 = (Q_3Q_2)'Q_0' + 1'Q_0 \end{cases}$$

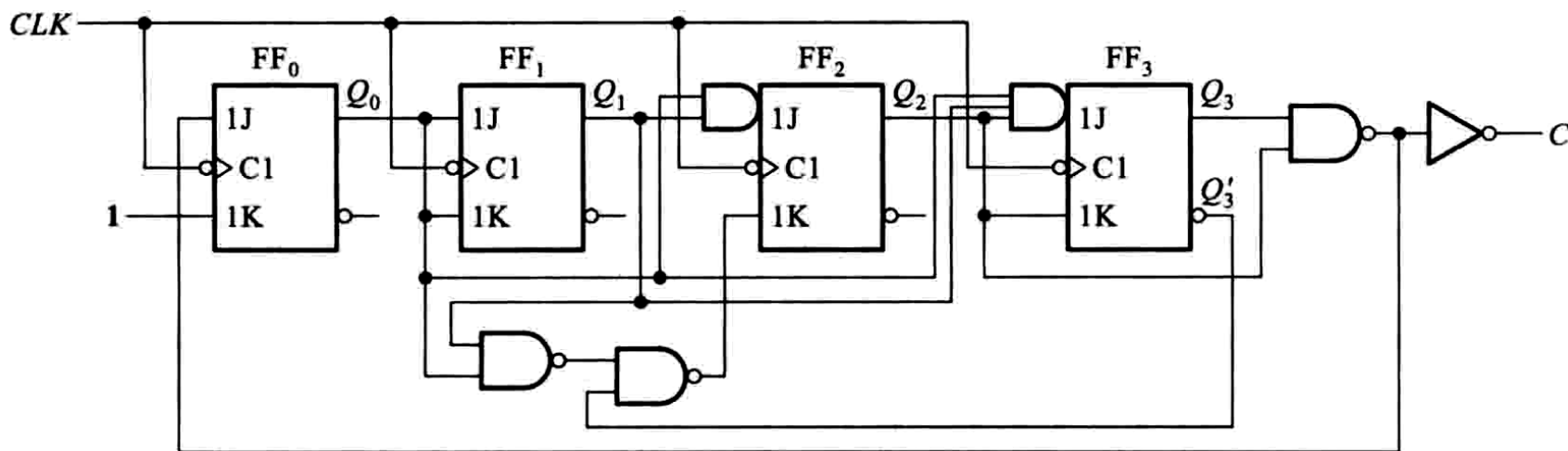
$$\begin{cases} J_3 = Q_2Q_1Q_0, & K_3 = Q_2 \\ J_2 = Q_1Q_0, & K_2 = (Q_3'(Q_1Q_0)')' \\ J_1 = Q_0, & K_1 = Q_0 \\ J_0 = (Q_3Q_2)', & K_0 = 1 \end{cases}$$



# 时序逻辑电路设计：13计数器

- 根据触发器驱动方程，设计电路

$$\begin{cases} J_3 = Q_2 Q_1 Q_0, & K_3 = Q_2 \\ J_2 = Q_1 Q_0, & K_2 = (Q_3' (Q_1 Q_0)')' \\ J_1 = Q_0, & K_1 = Q_0 \\ J_0 = (Q_3 Q_2)', & K_0 = 1 \end{cases}$$
$$C = Q_3 Q_2$$



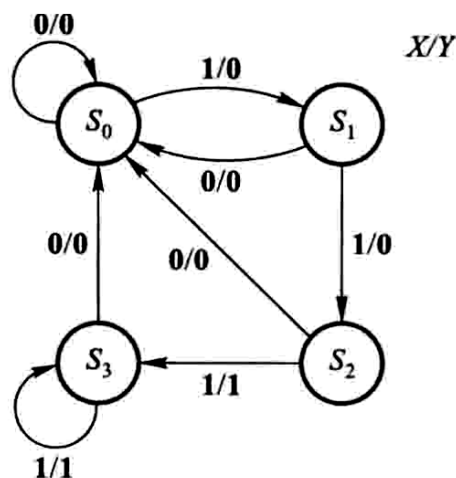


# 时序逻辑电路设计：簇发检测器

○设计一个串行数据检测器，当连续输入3个或以上的1时输出1，其他为0。

○定义状态： $S_n$ 表示连续检测到 $n$ 个输入1周期

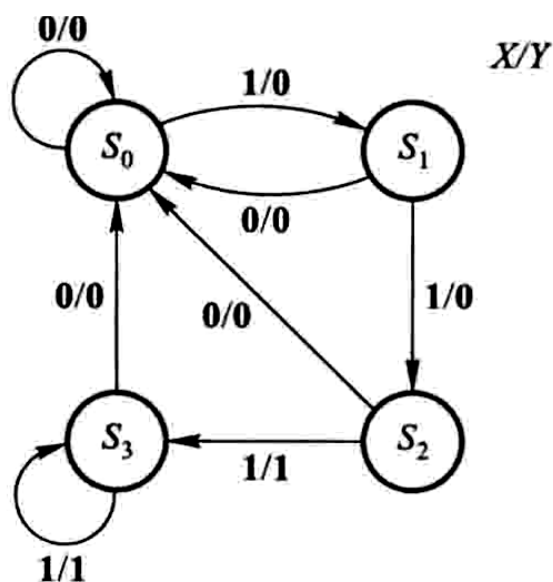
$S^*/Y$ $X$	$S$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
0		$S_0/0$	$S_0/0$	$S_0/0$	$S_0/0$
1		$S_1/0$	$S_2/0$	$S_3/1$	$S_3/1$



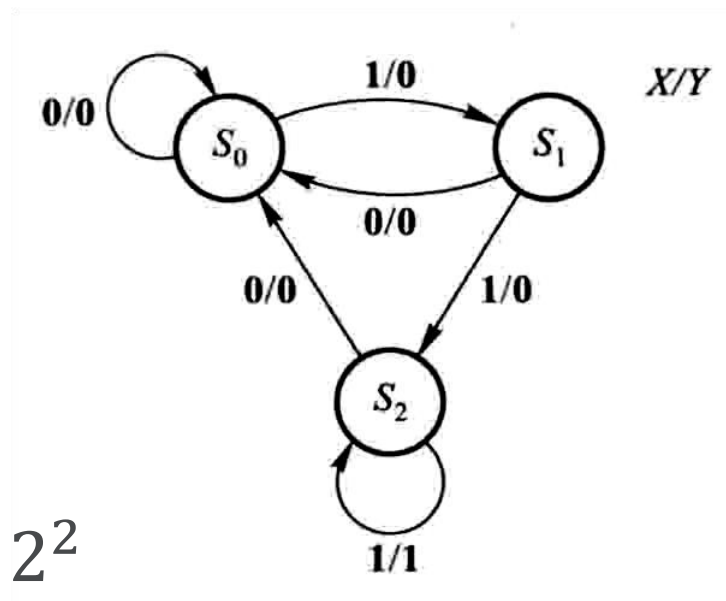
# 时序逻辑电路设计：簇发检测器

## ○ 简化状态转换图

○  $S_2$ 和 $S_3$ 的输入和输出一致，因而可以合并

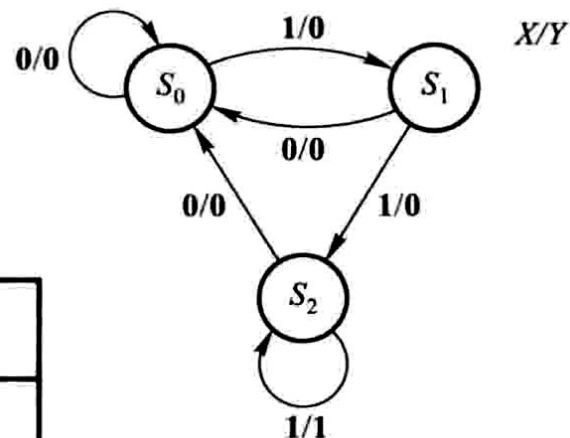


$$2^1 < 3 < 2^2$$



# 时序逻辑电路设计：簇发检测器

## ○ 拆分整体卡诺图



		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$X$	0	00/0	00/0	××/×	00/0
	1	01/0	10/0	××/×	10/1

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$X$	0	0	0	×	0
	1	0	1	×	1

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$X$	0	0	0	×	0
	1	1	0	×	0

		$Q_1Q_0$			
		00	01	11	10
$X$	0	0	0	×	0
	1	0	0	×	1

$$Q_1^* = X(Q_1 + Q_0) \\ = XQ_0\overline{Q_1} + XQ_1$$

$$Q_0^* = X\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} \\ = X\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + 0 \cdot Q_0$$

$$Y = XQ_1$$



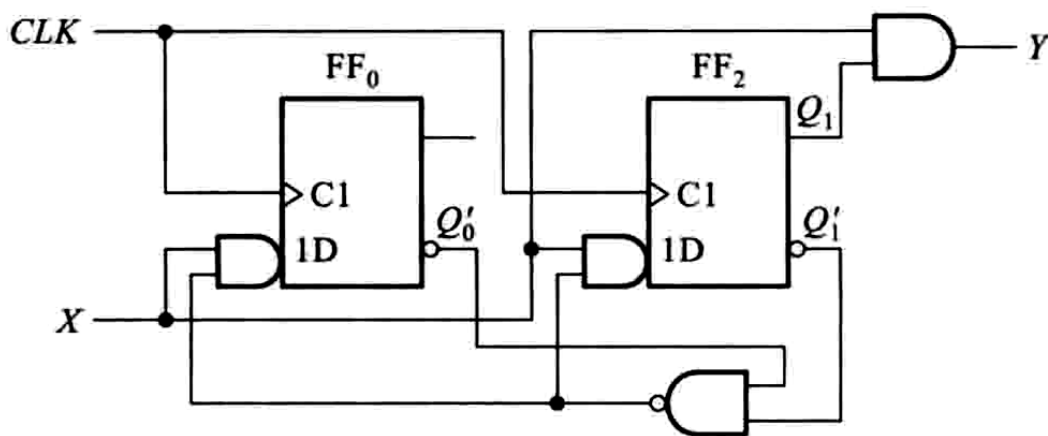
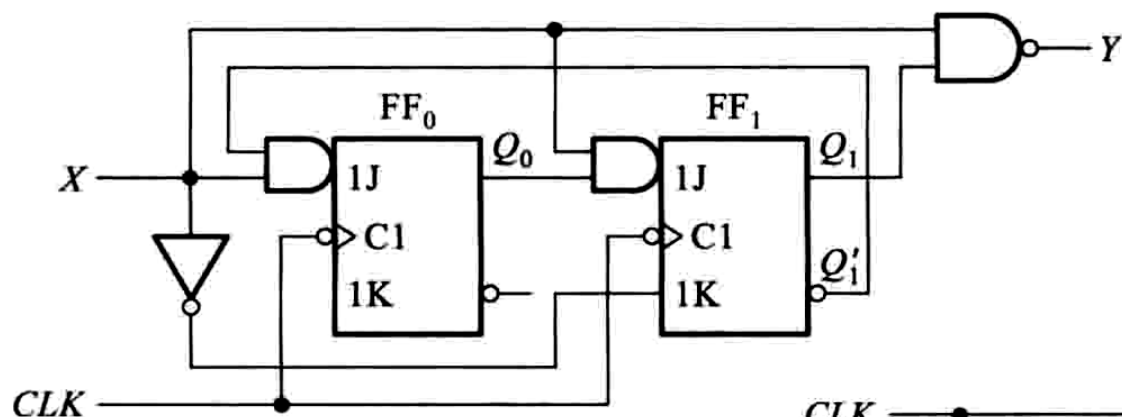
# 时序逻辑电路设计：簇发检测器

## 构建电路实现

$$Q_1^* = X(Q_1 + Q_0) \\ = XQ_0\overline{Q_1} + XQ_1$$

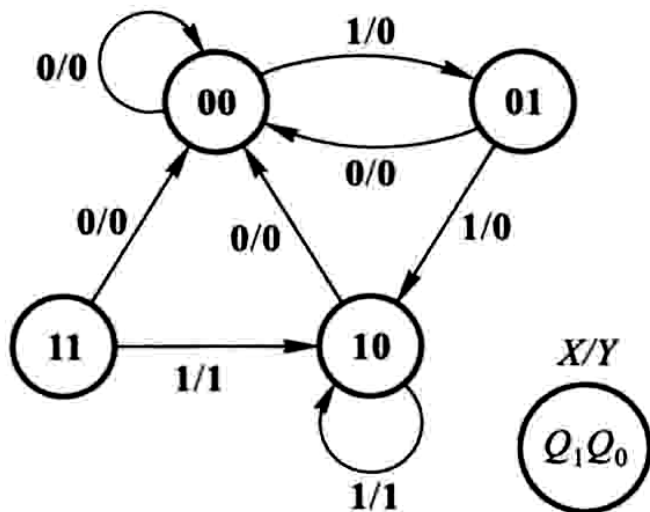
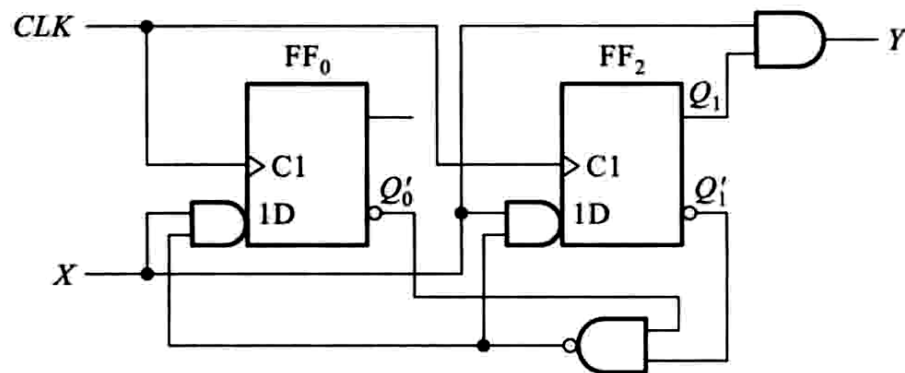
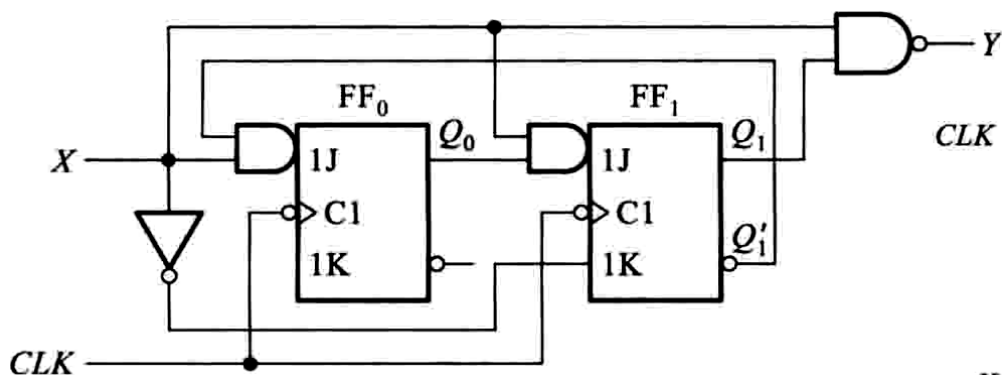
$$Q_0^* = X\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} \\ = X\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + 0 \cdot Q_0$$

$$Y = XQ_1$$



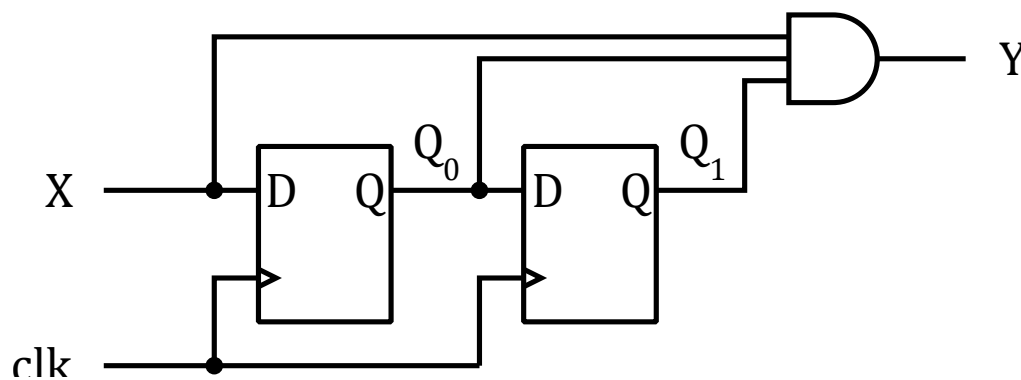
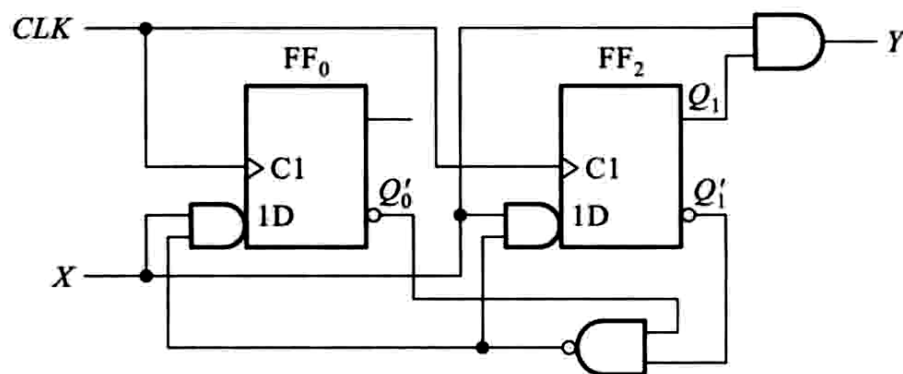
# 时序逻辑电路设计：簇发检测器

## 检查状态转换图是否自启



这是最优实现吗？

## ○其实，二进制编码并非最优

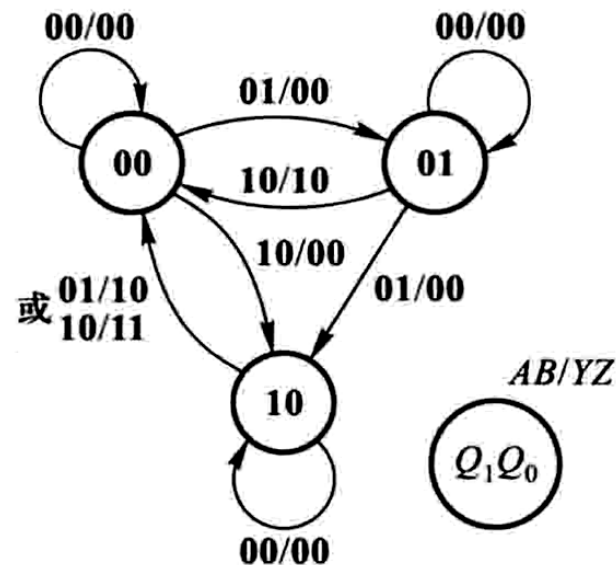


# 时序逻辑电路设计：贩卖机

- 设计一个饮料贩卖机，售价1.5元，每次接受一个硬币（1元/05毛）。  
如果投入1.5元，给一杯饮料。如果投入2元，给一杯饮料，吐出5毛。
- A: 投入1元硬币
- B: 投入5毛硬币
- Y: 给饮料
- Z: 退还5毛硬币

$Q_1Q_0$ \ AB		AB			
		00	01	11	10
00	00	00/00	01/00	××/××	10/00
	01	01/00	10/00	××/××	00/10
11	11	××/××	××/××	××/××	××/××
	10	10/00	00/10	××/××	00/11

书错了



# 时序逻辑电路设计：贩卖机

## ○ 得出系统方程

$$\begin{cases} Q_1^* = Q_1 A' B' + Q_1' Q_0' A + Q_0 B \\ Q_0^* = Q_1' Q_0' B + Q_0 A' B' \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_1 = Q_1 A' B' + Q_1' Q_0' A + Q_0 B \\ D_0 = Q_1' Q_0' B + Q_0 A' B' \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y = Q_1 B + Q_1 A + Q_0 A \\ Z = Q_1 A \end{cases}$$

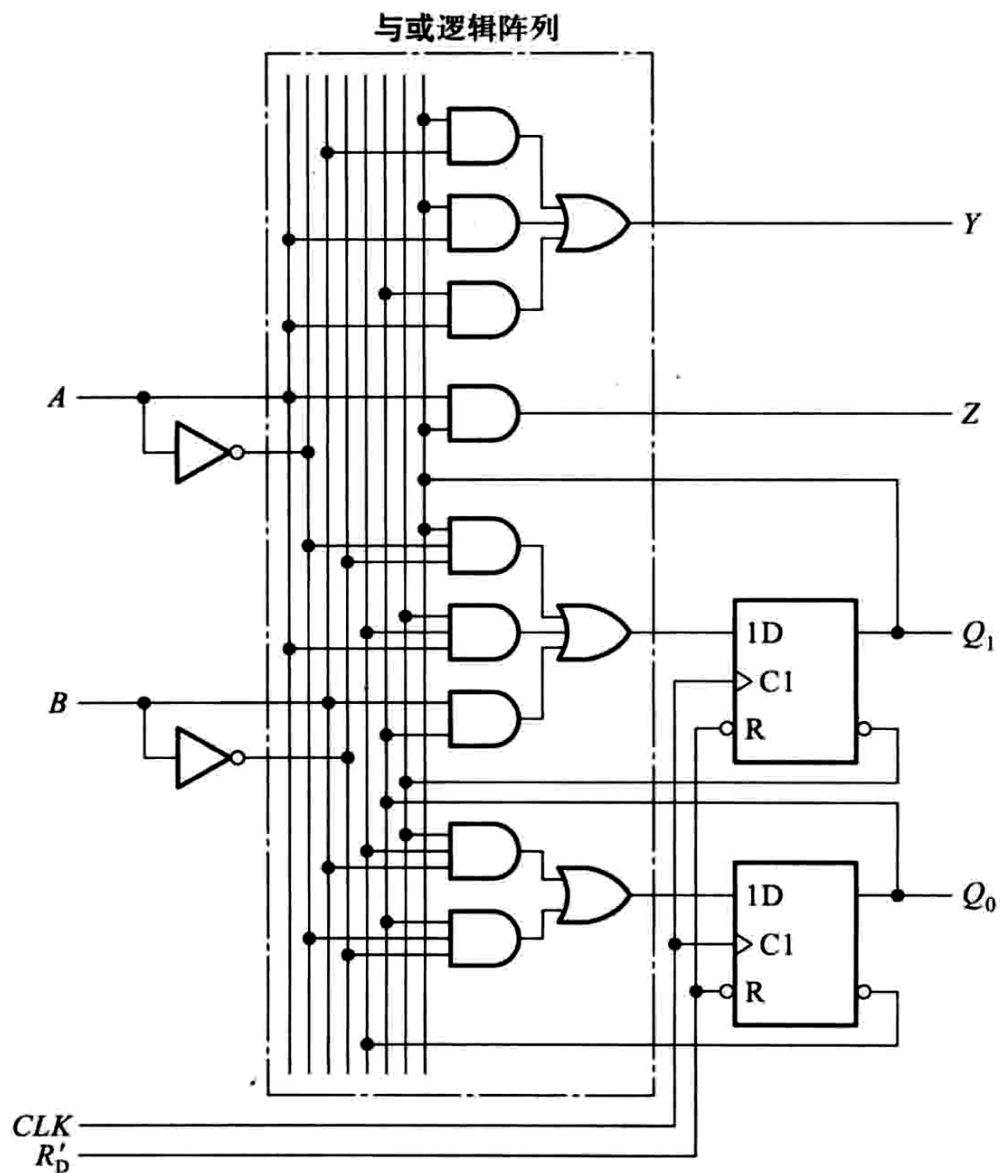
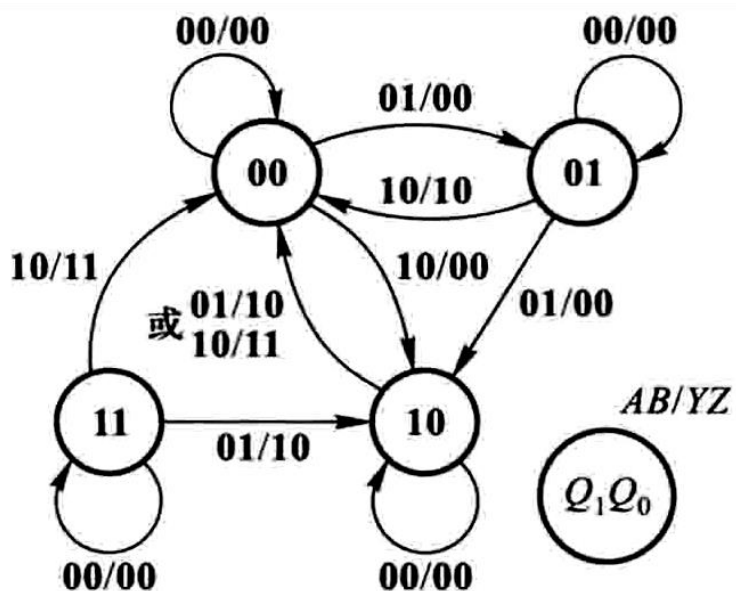
$Q_1 Q_0 \backslash AB$	00	01	11	10
00	00/00	01/00	××/××	10/00
01	01/00	10/00	××/××	00/10
11	××/××	××/××	××/××	××/××
10	10/00	00/10	××/××	00/11

# 时序逻辑电路设计：贩卖机

$$\begin{cases} Q_1^* = Q_1 A' B' + Q_1' Q_0' A + Q_0 B \\ Q_0^* = Q_1' Q_0' B + Q_0 A' B' \end{cases}$$

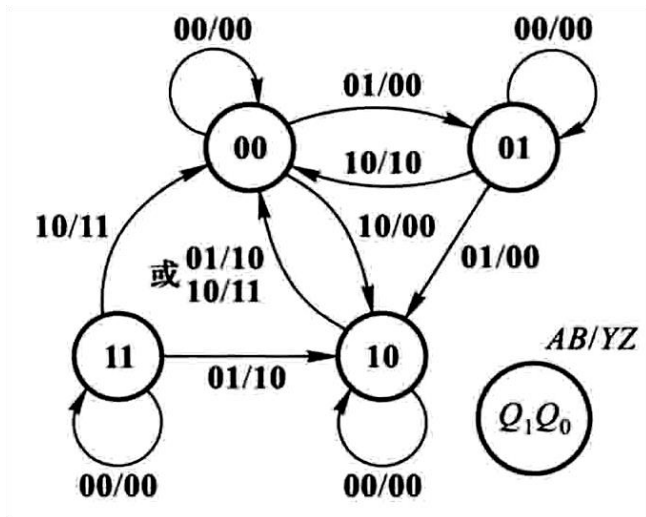
$$\begin{cases} D_1 = Q_1 A' B' + Q_1' Q_0' A + Q_0 B \\ D_0 = Q_1' Q_0' B + Q_0 A' B' \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y = Q_1 B + Q_1 A + Q_0 A \\ Z = Q_1 A \end{cases}$$

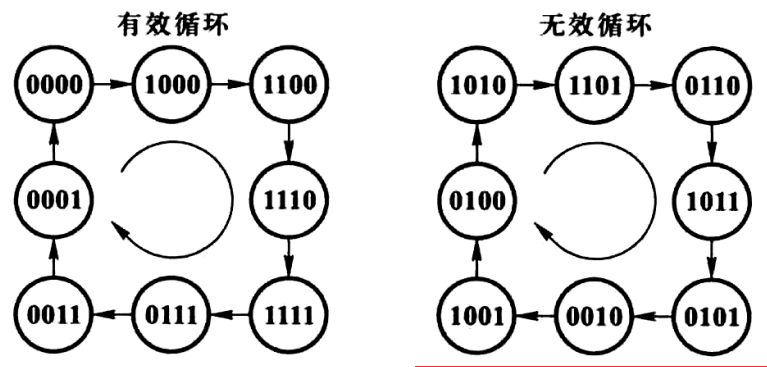


# 时序逻辑电路的自启设计

时序逻辑电路设计的最后一步是电路的自启检查，如果电路的状态转移图显示电路不可自启，则需要通过自启设计改进时序逻辑电路，使其可以自启。

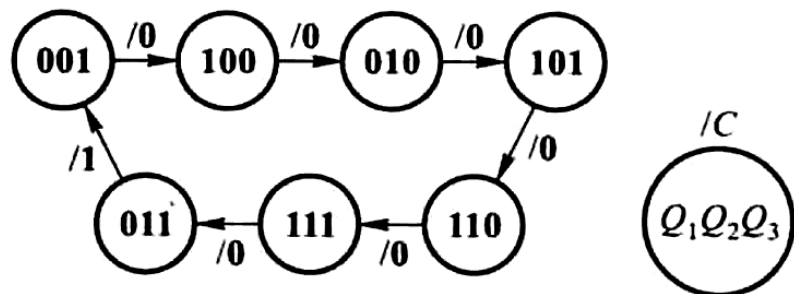


可自启



不可自启

# 自启设计示例：7计数器



		$Q_2Q_3$			
	$Q_1$	00	01	11	10
0	xxx	100	001	101	
1	010	110	011	111	

		$Q_2Q_3$			
	$Q_1$	00	01	11	10
0	x	1	0	1	
1	0	1	0	1	

$$Q_1^* = Q_2 \oplus Q_3$$

		$Q_2Q_3$			
	$Q_1$	00	01	11	10
0	x	0	0	0	
1	1	1	1	1	

$$Q_2^* = Q_1$$

		$Q_2Q_3$			
	$Q_1$	00	01	11	10
0	x	0	1	1	
1	0	0	1	1	

$$Q_3^* = Q_2$$

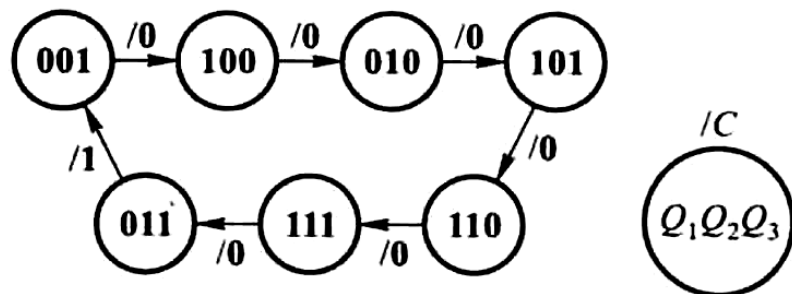
自启讨论卡诺图中的无关项。

如果无关项被覆盖，下一状态是1，如果没有被覆盖，则下一状态是0。

对于上面的卡诺图，状态000的下一状态仍然是000，不能转到有效状态。



# 自启设计示例：7计数器



		$Q_2Q_3$			
		00	01	11	10
$Q_1$	0	×××	100	001	101
	1	010	110	011	111

		$Q_2Q_3$			
		00	01	11	10
$Q_1$	0	×	0	0	0
	1	1	1	1	1

$$Q_2^* = Q_1$$

		$Q_2Q_3$			
		00	01	11	10
$Q_1$	0	×	0	0	0
	1	1	1	1	1

$$Q_2^* = Q_1 + \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

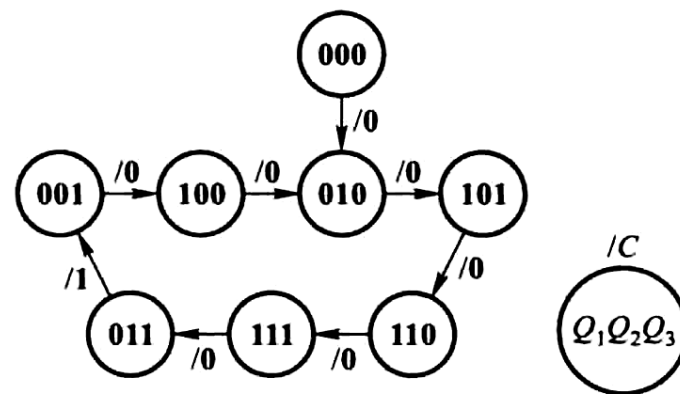
修改 $Q_2^*$ ，覆盖一个无关项，迫使无关项000的下一状态为010。

# 自启设计示例：7计数器

$$Q_1^* = Q_2 \oplus Q_3$$

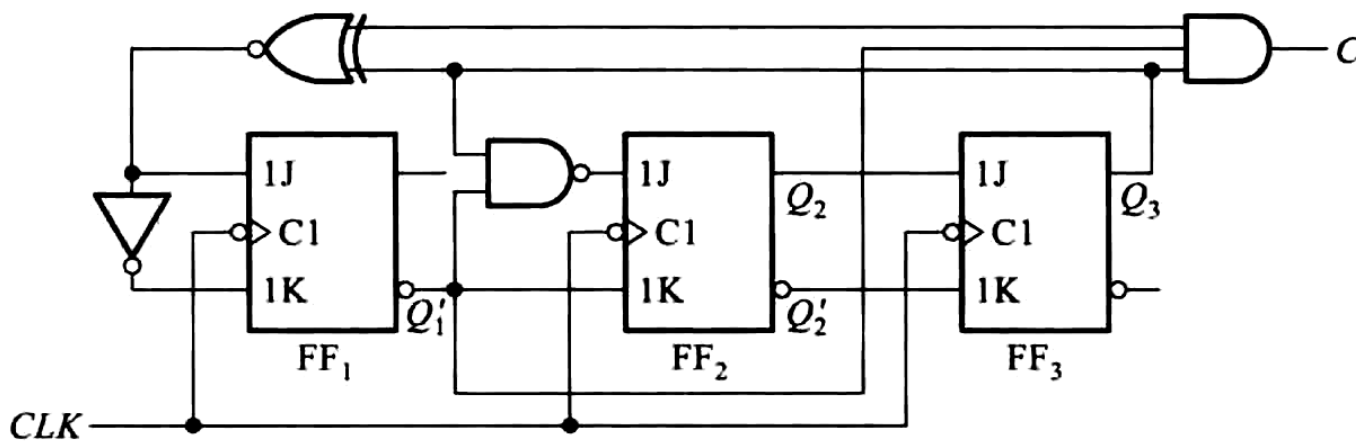
$$Q_2^* = Q_1 + \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

$$Q_3^* = Q_2$$

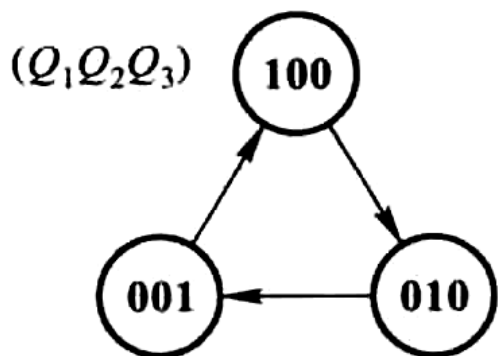


$$\begin{cases} J_1 = Q_2 \oplus Q_3, & K_1 = (Q_2 \oplus Q_3)' \\ J_2 = (Q_1' Q_3)', & K_2 = Q_1' \\ J_3 = Q_2, & K_3 = Q_2' \end{cases}$$

$$C = Q_1' Q_2 Q_3$$

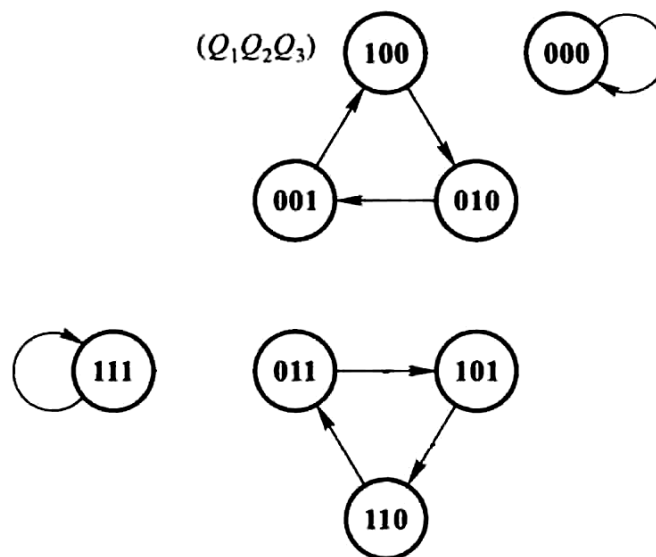


# 自启设计示例：3位循环计数器



		$Q_2 Q_3$			
		00	01	11	10
$Q_1$	0	×××	100	×××	001
	1	010	×××	×××	×××

$$\begin{cases} Q_1^* = Q_3 \\ Q_2^* = Q_1 \\ Q_3^* = Q_2 \end{cases}$$



# 自启设计示例：3位循环计数器

	$Q_2Q_3$			
$Q_1$	00	01	11	10
0	xxx	100	xxx	001
1	010	xxx	xxx	xxx

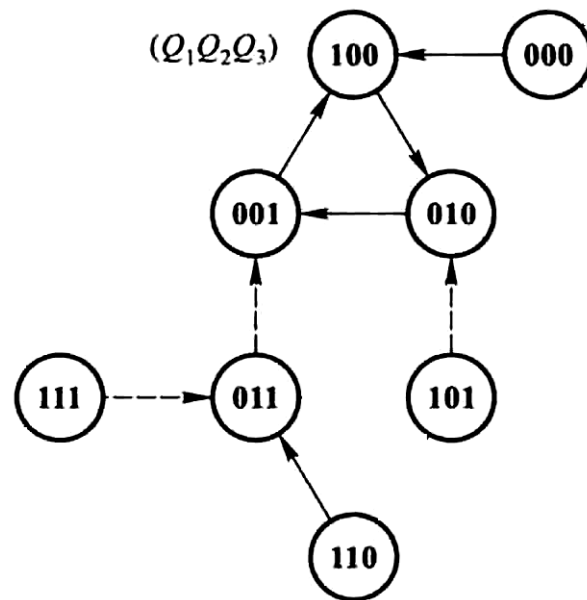
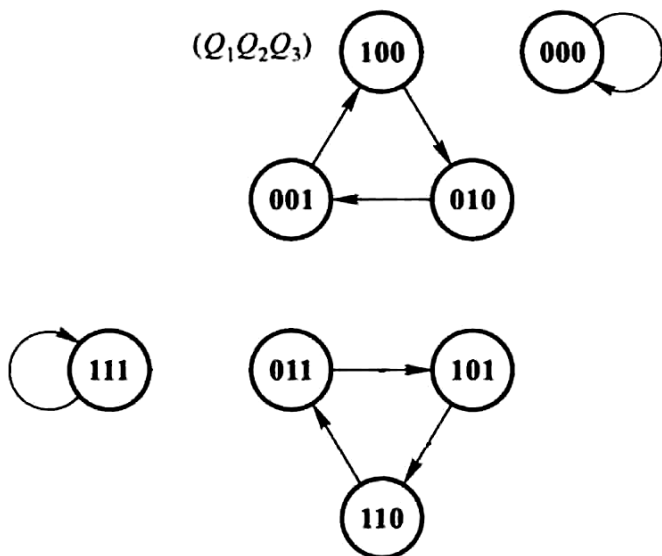
	$Q_2Q_3$			
$Q_1$	00	01	11	10
0	100	100	001	001
1	010	010	011	011

	$Q_2Q_3$			
$Q_1$	00	01	11	10
0	000	100	101	001
1	010	110	111	011

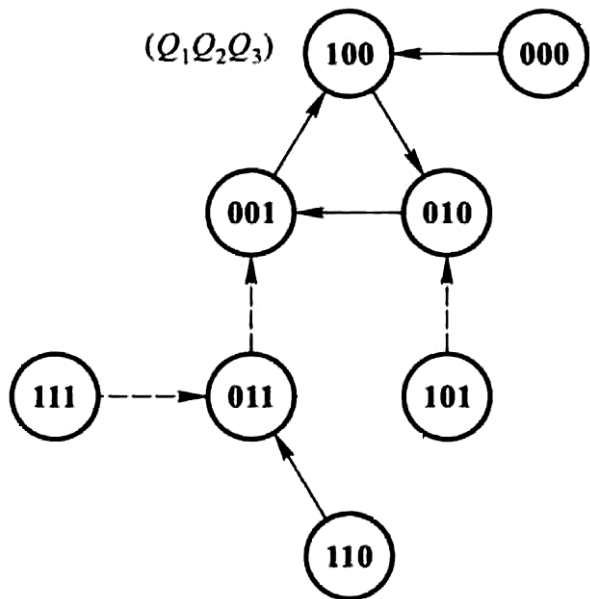
只变了 $Q_1$ 的逻辑



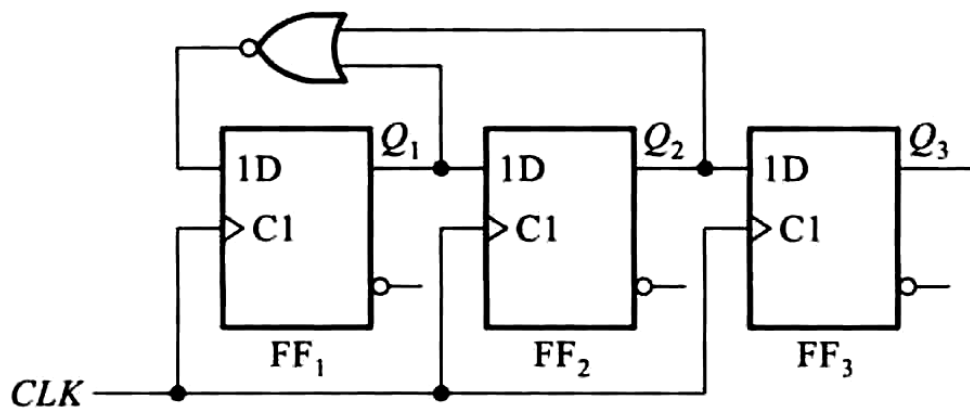
$$Q_1^* = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2}$$



# 自启设计示例：3位循环计数器

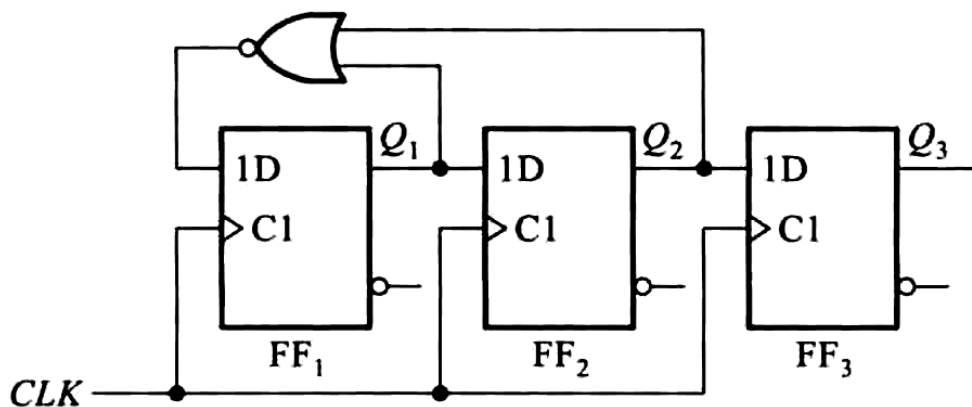


$Q_2Q_3$	00	01	11	10
0	1 0 0	1 0 0	0 0 1	0 0 1
1	0 1 0	0 1 0	0 1 1	0 1 1



# 自启的实际意义 (附加)

- 自启：当电路处于一个非法状态时，可以在有限时间内，返回到有效状态。
- 自我启动？实际电路是可以的，仿真当中却不一定。
  - 在仿真中，所有的触发器的默认初始值为X，未知状态
  - 下面的计数器在仿真中不会跳出默认初始状态“xxx”！



# X状态的传递规则 (附加)

- X代表未知状态，在仿真中是信号的初始状态

$$\bar{x} = x$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x + 1 = 1$$

$$x \oplus 1 = x$$

$$x \cdot 0 = 0$$

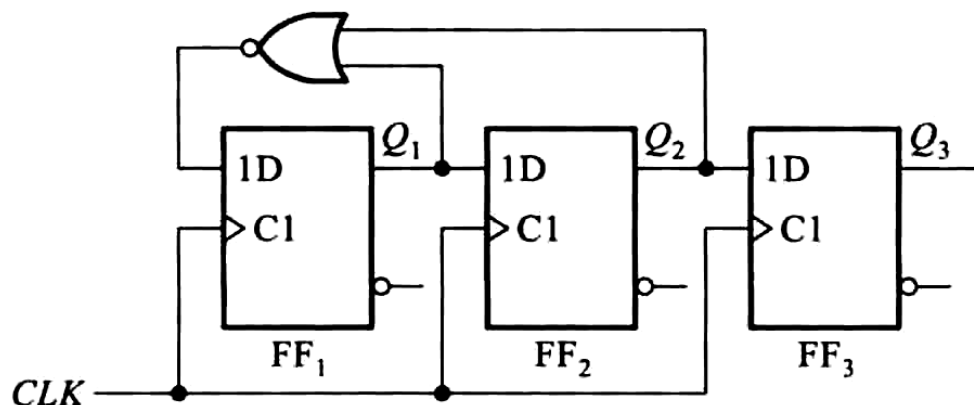
$$x + 0 = x$$

$$x \oplus 0 = x$$

$$x \cdot x = x$$

$$x + x = x$$

$$x \oplus x = x$$



- 对于上面的电路，正确仿真：

- 添加异步复位/置位

- 在仿真开始时强制赋值 (使用force语句)

# X状态的传递规则 (附加)

○ X代表未知状态，在仿真中是信号的初始状态

$$\bar{x} = x$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$x \cdot x = x$$

$$x + 1 = 1$$

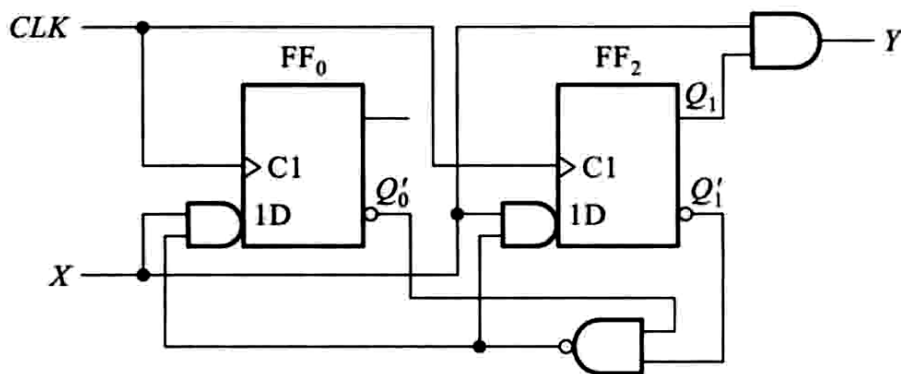
$$x + 0 = x$$

$$x + x = x$$

$$x \oplus 1 = x$$

$$x \oplus 0 = x$$

$$x \oplus x = x$$



○ 上面的电路，当x=0持续两个周期，可以脱离x状态



# 时序逻辑电路的设计方法总结

- 分析问题，得到问题的状态转换图/表
- 状态化简
  - 如果两个状态在相同的输入下有相同的输出，则可以被合并为同一个状态
- 状态分配
  - 对所有状态进行编码
  - 二进制编码
    - 使用n位编码编码m个不同状态： $2^{n-1} < M \leq 2^n$
  - 独热编码
    - 使用m位编码编码m个不同状态
- 选定触发器类型，确定系统方程
- 电路实现
- 检查电路是否可以自启以及自启的设计
  - 没有被覆盖的为0，覆盖了为1。
  - 通过修改无关项的取值，改变状态转换图。

# 总结：考试范围

- 时序逻辑电路的系统方程
  - 触发器驱动方程、触发器特性方程、输出方程
  - 状态转换表、状态转换图、自启
- 常用时序逻辑
  - 移位寄存器、计数器、移位计数器、伪随机数发生器、顺序脉冲发生器、序列信号发生器
  - 任意数制计数器
- 异步时序逻辑（附加）
- 同步时序逻辑的设计
  - 分析问题、状态设计、确定系统方程、设计电路
  - 自启设计、仿真自启（X状态传递）

---

**任何问题?**

# 作业 (2页! )

---

课本上第五章习题:

4, 5, 8, 17, 20。

课本上第六章习题:

7, 8, 15, 16, 17, 22, 26, 29, 32, 33。

# 作业 (2页!)

## ○用Verilog HDL描述第五章习题P5.20的电路

(其中的 $R'_D$ 为异步复位信号)

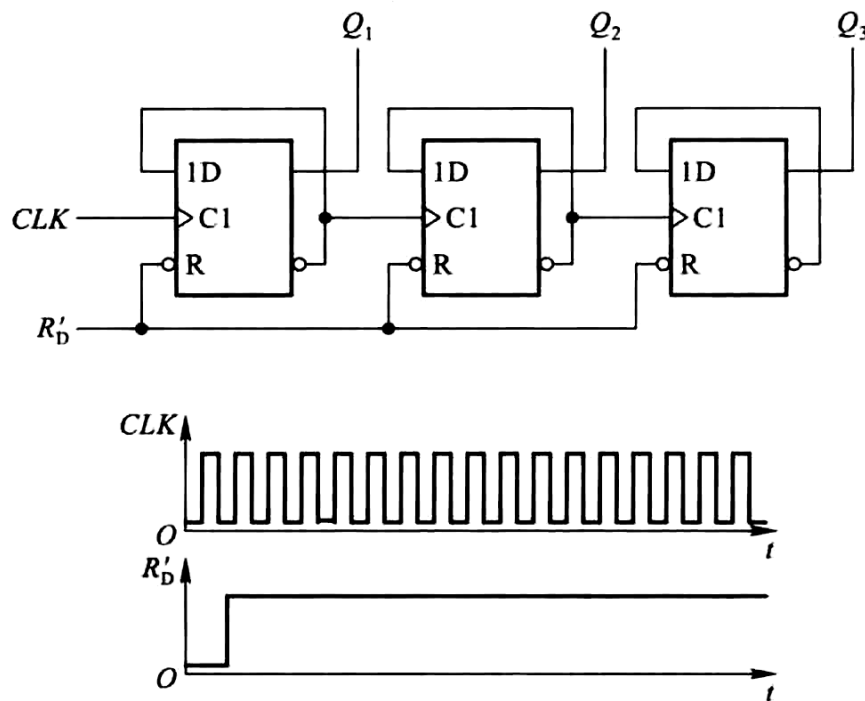


图 P5. 20

- 分析电路的状态转换图。检查电路是否自启，如果不能，如何修正？

